 GOBIERNO DE ARAGON Departamento de Educación, Cultura y Deporte		PREMIOS EXTRAORDINARIOS DE BACHILLERATO Convocatoria 2020-2021	
EJERCICIO 4		MATEMÁTICAS II	
Fecha	03/09/2021	DNI/NIE/Pasaporte	
PROVINCIA DE EXAMEN		CALIFICACIÓN	

1.- (2 puntos) Consideremos la función $f(x) = \frac{3}{8} \ln x - \frac{x^3 - 1}{(x+1)^3}$ para $x \geq 1$. Se pide:

a) Calcular $f'(x)$

b) Demostrar que $f'(x) > 0$ para $x > 1$

c) Como consecuencia de b), demostrar que $f(x) > 0$ para $x > 1$

d) Sea $0 < a < b$, $x = \sqrt[3]{b/a}$. Aplicando c) demostrar que:

$$\frac{b - a}{\ln b - \ln a} < \left[\frac{\sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{a}}{2} \right]^3$$

2.- (1 punto) Demostrar que existe un punto C de abscisa $c \in (1, e)$ tal que la tangente a la gráfica de la función $f(x) = 2 \ln x + 3$ en C es paralela a la recta que pasa por los puntos $A(1,3)$ y $B(e,5)$

3.- (1 punto) Si la integral definida de una función en el intervalo $[1,2]$ verifica:


$$\int_1^2 f(x) dx \geq 1$$

¿es cierto entonces que para todos los puntos $x \in [1,2]$ $f(x) \geq 0$? Razona tu respuesta

4.- (1 punto) Pilar, Virtudes y Marina son tres jóvenes amigas que se comprometen a leer la novela 1Q84, de Murakami. Cada una por separado, y en función del tiempo del que dispone, decide leer un mismo número de páginas cada día hasta terminar la obra. Pilar leerá diariamente 5 páginas más que Virtudes, y ésta, 6 páginas más que Marina. Por ello, Pilar terminará la obra dos semanas antes que Virtudes, y ésta, 30 días antes que Marina. Se pregunta cuál es el total de páginas que tiene la versión de esta novela.

5.- (1 punto) Calcula el valor del determinante

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \log 3 & \log 30 & \log 300 \\ (\log 3)^2 & (\log 30)^2 & (\log 300)^2 \end{vmatrix}$$

 GOBIERNO DE ARAGON Departamento de Educación, Cultura y Deporte		PREMIOS EXTRAORDINARIOS DE BACHILLERATO Convocatoria 2020-2021	
EJERCICIO 4		MATEMÁTICAS II	
Fecha	03/09/2021	DNI/NIE/Pasaporte	
PROVINCIA DE EXAMEN		CALIFICACIÓN	

6.- (1punto) Si los puntos $P(2,1,2)$ y $Q(6,1,4)$ son vértices opuestos de un cuadrado, se pide:

- Calcula el área del cuadrado
- Obtén la ecuación general del plano que pasa por el centro del cuadrado y es perpendicular a la diagonal que pasa por los vértices P y Q .

7.- (1punto) a) ¿Puede haber vectores u y v tales que $u \cdot v = -3$, $|u| = 1$, $|v| = 2$?

- ¿Qué se puede decir del ángulo que forman dos vectores x e y que verifican $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$?

Justifica las respuestas

8.- (1punto) En una competición de tiro con arco cada tirador dispone, como máximo, de tres intentos para hacer diana. En el momento en que lo consigue, deja de tirar y supera la prueba y si no lo consigue en ninguno de los tres intentos queda eliminado. Si la probabilidad de hacer blanco con cada flecha, para un determinado tirador, es 0,8, calcula la probabilidad de no quedar eliminado. Si conocemos que superó la prueba, ¿Cuál es la probabilidad de que lo haya conseguido en el segundo intento?

9.- (1punto) Sean A y B dos sucesos de un espacio muestral. Demostrar que si se verifica que

$$p[(A - B) \cup (B - A)] = 0, \text{ entonces } p(A) = p(B)$$