

A continuación, se muestran dos opciones, cada una de ellas con 5 ejercicios para resolver. Cada ejercicio tiene un valor de 2 puntos. Además de la resolución de los mismos, se tendrán en cuenta las justificaciones y/o explicaciones detalladas de los pasos realizados, las definiciones de los conceptos relacionados, los enunciados de los teoremas o propiedades utilizados y también la estructura de la resolución (comenzando por una pequeña introducción y terminando con las conclusiones obtenidas).

OPCIÓN I

1. Determine dos fracciones irreducibles $\frac{a}{c}$ y $\frac{b}{d}$, sabiendo que su diferencia es $\frac{5}{6}$, que el máximo común divisor de a y b es $a - b$ y que el mínimo común múltiplo de a y b es 1050.

(2 puntos)

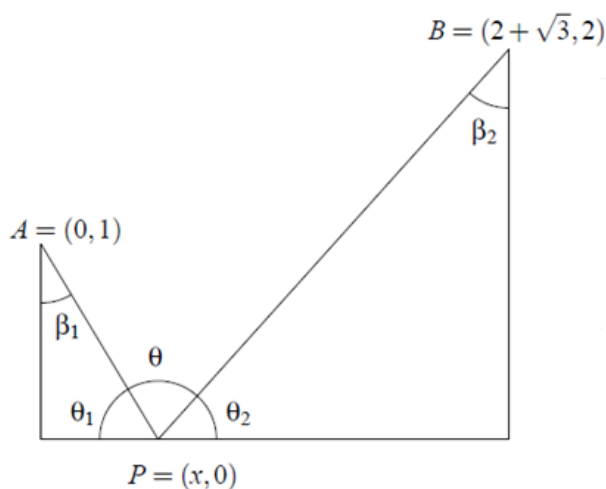
2. En un espacio vectorial real E de dimensión 4 se consideran dos subespacios vectoriales V y W que, con respecto a determinada base de E , vienen descritos por las ecuaciones:

$$V : \begin{cases} x - ay + z + bt = 0 \\ y - t = 0 \end{cases} \quad W : \begin{cases} ax - y - bz + t = 0 \\ x + z = 0 \end{cases} \quad \text{donde } a, b \in \mathbb{R}.$$

En función de a y b , calcule las dimensiones de los subespacios V , W , $V \cap W$ y $V + W$.

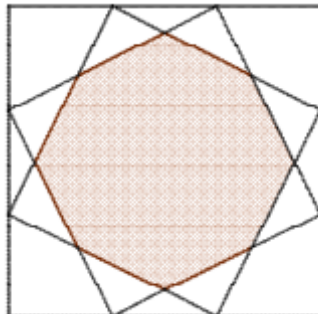
(2 puntos)

3. Halle las coordenadas del punto P en la figura para que el ángulo θ sea máximo y calcule ese valor máximo.



(2 puntos)

4. El área sombreada de la figura mide 100 cm^2 . Los dos cuadrados menores que se superponen son iguales. El lado del cuadrado mayor queda dividido en tres segmentos de igual longitud por los vértices de los cuadrados menores. Calcule el área del cuadrado más grande.



(2 puntos)

5. Este ejercicio tiene dos apartados:

- a) Una urna contiene a bolas blancas y b bolas negras. Dos jugadores A y B, extraen sucesivamente y con reemplazamiento una bola de la urna. El juego se detiene cuando A extrae una bola blanca (siendo A el ganador del juego) o cuando B extrae una bola negra (siendo B el ganador del juego). Se supone que el primer jugador en extraer bola es A. Calcular la probabilidad de que A gane la partida y la probabilidad de que B gane la partida.

(1,5 puntos)

- b) La función de densidad de una variable aleatoria es

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx & 0 < x < 2 \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases}$$

Sabiendo que $P\left(\frac{1}{2} < x < 1\right) = 0,16666$, determinar a y b .

(0,5 puntos)

OPCIÓN II

1. Este ejercicio tiene dos apartados:

a) Demuestre que $x^{2n} - y^{2n}$ es divisible por $x + y$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

(1 punto)

b) Calcule:

$$S = \sum_{k=1}^n \log \left(\frac{k+1}{k} \right)^k$$

(1 punto)

2. En el espacio vectorial $M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$, siendo

$$B = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

una base de $M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ se consideran los conjuntos:

$$S_2 = \{A \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R}) : A = A^t\}$$

$$U = \left\{ A \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R}) : A \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

V es el sistema generado por las matrices $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

a) Probar que U es un subespacio vectorial de $M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$.

(0,3 puntos)

b) Calcular las ecuaciones paramétricas e implícitas de $V \cap S_2$ respecto de la base canónica.

(0,75 puntos)

c) Dar las ecuaciones paramétricas e implícitas de U respecto de la base B .

(0,75 puntos)

d) Razonar si son o no ciertas las siguientes afirmaciones, sabiendo que W es un espacio vectorial de dimensión 2021.

i) En W pueden existir 2022 vectores formando un sistema generador.

ii) 2020 vectores distintos de W siempre son linealmente independientes.

(0,2 puntos)

3.- Este ejercicio tiene dos apartados:

- a) Tenemos dos urnas que contienen un 60% de bolas rojas y un 40% de bolas azules la primera y 20% de rojas y 80% de azules la segunda. Seleccionamos una de las urnas al azar y se extraen 10 bolas con reemplazamiento resultando $B = \{r, a, a, r, r, r, a, r, a, a\}$ siendo r bola roja y a bola azul. Averigüe cuál es la probabilidad de que la extracción haya sido realizada de la primera urna.

(1 punto)

- b) Tomamos al azar las letras de la palabra oposición y con ellas formamos una palabra. Calcule la probabilidad de que la primera letra de esa palabra sea una vocal y la última una consonante.

(1 punto)

4. Los puntos $A(-3, -1, 3)$, $B(2, -1, 0)$, $C(0, 0, -2)$ $D(1, -2, -1)$ son los vértices de un tetraedro.

- a) Calcule las ecuaciones implícitas de la recta r que pasa por el baricentro de la base BCD y por el punto A .

(0,5 puntos)

- b) Halle la ecuación del plano π que contiene la base del tetraedro que forman los vértices B , C y D .

(0,25 puntos)

- c) Calcule la ecuación del plano π' paralelo a π que pasa por los puntos medios de los segmentos AB , AC y AD .

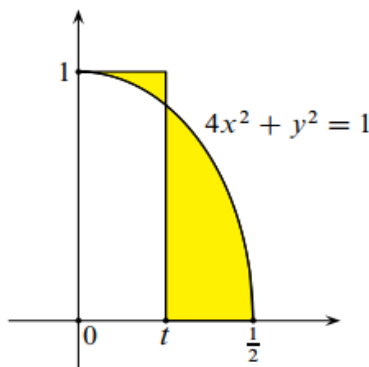
(0,5 puntos)

- d) Halle el punto P del plano π' que pertenece a r . Calcule la distancia de P a la base BCD . ¿Qué relación hay entre la distancia de P al vértice A y la distancia de P a la base BCD ?

(0,75 puntos)

5. Calcular los valores máximo y mínimo absolutos de la función $S(t)$ en el intervalo $\left[0, \frac{1}{2}\right]$. Dicha

función nos permite calcular el área sombreada en la figura, que está comprendida entre la elipse de ecuación $4x^2 + y^2 = 1$, la recta horizontal $y = 1$ y la recta vertical $x = t$ donde $0 \leq t \leq \frac{1}{2}$.



(2 puntos)

CRITERIOS DE EVALUACIÓN DEL PROCESO SELECTIVO DE INGRESO Y ACCESO AL CUERPO DE PROFESORES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA.

ESPECIALIDAD DE MATEMÁTICAS.

PARTE A: EJERCICIO PRÁCTICO.

El objetivo es comprobar el nivel de conocimientos sobre la especialidad docente, tanto técnicos como metodológicos, así como las habilidades y competencias necesarias para aplicar dichos conocimientos en el contexto en el que se desarrollará la función docente.

Los criterios de evaluación del proceso selectivo de ingreso y acceso al cuerpo de profesores de enseñanza secundaria, en la especialidad de matemáticas, para la parte A (ejercicio práctico) de la primera prueba son:

1. Rigor en el desarrollo del ejercicio de carácter práctico.
 - a. Presenta una estructura coherente, clara y con correcta expresión gramatical.
 - b. Justifica y fundamenta el desarrollo y a la resolución del ejercicio práctico con elementos del marco teórico de la especialidad definiendo los conceptos trabajados y/o indicando las propiedades que se van utilizando.
 - c. Presenta un resultado y unas conclusiones coherentes con el desarrollo.

2. Conocimiento científico de la especialidad.
 - a. Utiliza la terminología y conceptos adecuados.
 - b. La resolución del caso práctico planteado se fundamenta correctamente en las teorías propias de la especialidad.

3. Dominio de habilidades técnicas de la especialidad.
 - a. Aplica las técnicas procedimentales propias de la especialidad para resolver la prueba.
 - b. Estructura los pasos para la resolución de la prueba y los explica de forma lógica y coherente.

4. Resolución del ejercicio y resultados.
 - a. La resolución del ejercicio es consecuencia del procedimiento aplicado.
 - b. El resultado del ejercicio es correcto y se ajusta a las cuestiones planteadas, además se comprueba que la solución hallada verifica las condiciones del enunciado.

CRITERIOS CALIFICACIÓN DEL PROCESO SELECTIVO DE INGRESO Y ACCESO AL CUERPO DE PROFESORES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA. ESPECIALIDAD DE MATEMÁTICAS. PARTE B: EJERCICIO PRÁCTICO.

La parte práctica consta de cinco problemas, cada uno de ellos tiene una puntuación máxima de 2 puntos. Los siguientes criterios se corresponden a cada uno de dichos problemas.		PUNTUACIÓN
Rigor en el desarrollo del ejercicio de carácter práctico	Presenta una estructura coherente, clara y con correcta expresión gramatical	5%
	Justifica y fundamenta el desarrollo y a la resolución del ejercicio práctico con elementos del marco teórico de la especialidad	
	Presenta un resultado y unas conclusiones coherentes con el desarrollo	
Conocimiento científico de la especialidad	Utiliza la terminología y conceptos adecuados	45%
	La resolución del caso práctico planteado se fundamenta correctamente en las teorías propias de la especialidad	
Dominio de habilidades técnicas de la especialidad	Aplica las técnicas procedimentales propias de la especialidad para resolver la prueba.	45%
	Estructura los pasos para la resolución de la prueba de forma lógica y coherente.	
Resolución del ejercicio y resultados obtenidos	La resolución del ejercicio es consecuencia del procedimiento aplicado.	5%
	El resultado del ejercicio es correcto y se ajusta a las cuestiones planteadas	
<p align="center">LOS ERRORES CONCEPTUALES GRAVES Y SU APLICACIÓN ERRÓNEA PUEDEN PENALIZAR HASTA EL 100% DE LA CALIFICACIÓN DEL EJERCICIO.</p>		

CRITERIOS DE EVALUACIÓN DEL PROCESO SELECTIVO DE INGRESO Y ACCESO AL CUERPO DE PROFESORES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA.

ESPECIALIDAD DE MATEMÁTICAS.

El objetivo de esta primera parte del proceso es comprobar el nivel de conocimientos sobre la especialidad docente, tanto técnicos como metodológicos, así como las habilidades y competencias necesarias para aplicar dichos conocimientos en el contexto en el que se desarrollará la función docente.

Los criterios de evaluación del proceso selectivo de ingreso y acceso al cuerpo de profesores de enseñanza secundaria, en la especialidad de matemáticas, para la parte B (desarrollo de un tema escrito) de la primera prueba son:

1. Estructura del tema, desarrollo completo y originalidad en el planteamiento:
 - a. El tema presenta una estructura coherente: comienza con un índice, tiene un planteamiento y desarrollo que facilitan su comprensión y finaliza con unas conclusiones o reflexiones.
 - b. Las diferentes partes están compensadas en función de la importancia de las mismas.
 - c. El tema se ajusta al temario de la especialidad, desarrollando cada uno de sus epígrafes de forma concreta y clara y se cierra de forma coherente con su desarrollo.
 - d. Utiliza ejemplos aclaratorios y/o aplicaciones prácticas que permitan aclarar los conceptos expuestos durante el desarrollo del tema.

2. Conocimiento científico, profundo y actualizado del tema.
 - a. Utiliza los conceptos con precisión, rigor y de forma actualizada.
 - b. Domina el contenido epistemológico de la especialidad. Introduce referencias históricas del tema en la introducción. Justifica la introducción de los conceptos a tratar. Define los conceptos correspondientes al tema. Enuncia y demuestra propiedades relativas a los conceptos definidos. Establece relaciones entre los conceptos definidos y/o las proposiciones enunciadas. Concluye el tema de forma coherente.
 - c. Aporta citas bibliográficas actualizadas.
 - d. En su caso, aporta referencias legislativas actualizadas.

3. Exposición del tema.

- a. La lectura es fluida y ágil como resultado de una expresión escrita correcta.
- b. No se aprecian contradicciones en la expresión escrita que puedan evidenciar una lectura no literal del tema.
- c. El lenguaje no verbal enfatiza y ayuda en la exposición.
- d. Utilización correcta de la oratoria y dicción.

CRITERIOS CALIFICACIÓN DEL PROCESO SELECTIVO DE INGRESO Y ACCESO AL CUERPO DE PROFESORES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA. ESPECIALIDAD DE MATEMÁTICAS DE PARTE B: DESARROLLO DEL TEMA ESCRITO.

DIMENSIONES	INDICADORES	PUNTUACIÓN
Conocimiento científico, profundo y actualizado del tema.	Domina el contenido epistemológico de la especialidad	80 %
	Utiliza los conceptos con precisión, rigor y de forma actualizada.	
	Aporta citas bibliográficas actualizadas.	
	En su caso, aporta referencias legislativas actualizadas.	
Estructura del tema, desarrollo completo y originalidad en el planteamiento.	El tema presenta una estructura coherente- índice, planteamiento, desarrollo, conclusiones- que facilita su comprensión	15%
	El tema se ajusta al temario de la especialidad, desarrollando cada uno de sus epígrafes de forma concreta y clara y se cierra de forma coherente con su desarrollo.	
	Utiliza ejemplos aclaratorios y/o aplicaciones prácticas	
Exposición del tema	La lectura es fluida y ágil como resultado de una expresión escrita correcta.	5%
	No se aprecian contradicciones en la expresión escrita que puedan evidenciar una lectura no literal del tema.	
	El lenguaje no verbal enfatiza y ayuda en la exposición.	
	Utilización correcta de la oratoria y dicción	

EN EL CASO DE COMETER UN ERROR CONCEPTUAL GRAVE SE PENALIZARÁ HASTA UN MÁXIMO DE TRES PUNTOS.