



LABORATORIO DE REFUERZO DE COMPETENCIAS CLAVE

La materia Laboratorio de Refuerzo de Competencias Clave (CL y STEM) tiene como objetivo fundamental la adquisición de la competencia en comunicación lingüística y la competencia matemática y competencia en ciencia, tecnología e ingeniería (STEM). Estas competencias, al igual que el resto de las competencias clave, se adquieren de forma gradual, progresiva, manteniendo una continuidad y coherencia entre los cursos y las etapas de la enseñanza obligatoria.

Es innegable la relación que existe entre esta materia y otras como Lengua Castellana y Literatura o Matemáticas. Sin embargo, es necesario alejarse del concepto de repaso y concebirla como una materia transversal a todas las materias de la etapa, ya que la transversalidad es una característica que define a las competencias clave, en el sentido de que la adquisición de cada una de ellas contribuye a la de las demás, sin que se establezca una relación jerárquica.

La competencia en comunicación lingüística es la base de todo aprendizaje y de la construcción del conocimiento en todos los ámbitos del saber, de ahí la necesidad de consolidar destrezas que impliquen una serie de procesos cognitivos a través del conocimiento y reflexión sobre la propia lengua. El trabajo interdisciplinar es imprescindible para que el alumnado se apropie de los géneros discursivos específicos de cada disciplina y, por ello, algunas de las competencias específicas de esta materia se refieren a la mejora en los procesos de producción y recepción oral, escrita y multimodal, así como a la alfabetización mediática e informacional.

El nivel de adquisición de las competencias específicas de carácter propiamente lingüístico viene especificado por sus correspondientes criterios de evaluación, los cuales presentan un enfoque competencial y tienen en cuenta especialmente los procesos, además del producto final, lo que hace imprescindible el uso de herramientas e instrumentos de evaluación variados y con capacidad diagnóstica y de mejora.

La educación lingüística debe abordarse desde un enfoque global y competencial, ya que la concepción de la lengua como sistema implica que no se trata de acercarse a ella como un conocimiento dado, sino como un saber que se va construyendo a través de la reflexión sobre su funcionamiento y sus usos. En consecuencia, la gradación de los saberes se establecerá en función de la mayor o menor complejidad de los textos, de las habilidades de producción o interpretación requeridas, del metalenguaje necesario para la reflexión sobre los usos, o del grado de autonomía conferido al alumnado.

Esta materia comparte bloques de saberes básicos de la materia de Lengua Castellana y Literatura, ya que se espera que el alumnado sea capaz de activar los saberes básicos en situaciones comunicativas reales propias de los diferentes ámbitos. El primero, «Comunicación», lo integran saberes referidos a la comunicación oral y escrita y la alfabetización mediática e informacional. El segundo bloque, «Reflexión sobre la lengua», propone la construcción guiada de conclusiones sobre el sistema lingüístico a partir de la reflexión sobre su uso, usando para ello el metalenguaje específico.

Igualmente, en lo que refiere a la relación con Matemáticas, el desarrollo de las competencias específicas que se establecen implica que esta materia no ha de verse como un refuerzo en el sentido clásico o restringido del mismo. El alumnado que la curse partirá de una situación compleja, cuyas dificultades pueden tener un origen multifactorial pero que, en última instancia, muestran una desafección por las matemáticas. Sería un error concebir el planteamiento de esta materia como un mero refuerzo o limitarse a una comprensión instrumental. Ahora más que nunca, los saberes matemáticos, articulados en sentidos, deben interpretarse como un medio para el desarrollo de la competencia. Es necesario desplazar el foco del refuerzo «inmediato» hacia un trabajo más a largo plazo. Por supuesto, esto no quiere decir que no se establezcan conexiones con lo que se esté trabajando en ese momento en Matemáticas. Ahora bien, estas deben venir de un trabajo desde la resolución de problemas, teniendo especial cuidado de considerar los aspectos socioafectivos del proceso de aprendizaje. Esto significa que las situaciones de aprendizaje deben tratar de no replicar sus experiencias pasadas de fracaso y constituirse en experiencias exitosas de resolución de problemas auténticos.

Es también el momento de detenerse en el uso de materiales manipulativos. Así, la construcción de alguno de los saberes correspondientes a los sentidos matemáticos se ve facilitada mediante el empleo de este recurso,



indispensable en el aprendizaje de las matemáticas. Ejemplos de ello son los materiales para conectar ideas de números naturales o los materiales para construir con significado la idea de fracción y, a partir de ella, las propiedades de los números racionales. Es deseable plantear situaciones de aprendizaje que hagan uso de estos recursos, como complemento a las que haya experimentado el alumnado en la materia de Matemáticas, prestando atención a la interacción en torno a las tareas que se propongan, construyendo el significado de manera conjunta y reflexiva.

Jugar es una de las seis actividades matemáticas esenciales, y debe considerarse al mismo nivel que contar, medir o explicar, siendo algo que todas las culturas practican (Bishop, 1998). El juego, en general, y particularmente en esta materia, tiene evidentes efectos positivos en el desarrollo afectivo del alumnado. Por otra parte, es clara también la relación entre una actitud positiva ante una actividad concreta y un mayor aprendizaje. La práctica de juegos – matemáticos– estimula el interés y favorece el desarrollo de actitudes positivas hacia las matemáticas. Parece natural, entonces, incluir la sugerencia del uso del juego –matemático– en la enseñanza de las Matemáticas. Los propósitos del uso en el aula de los juegos matemáticos son cuatro (Gairín, 1990): desarrollar conceptos matemáticos, practicar algoritmos, desarrollar habilidades de razonamiento y proporcionar entornos donde resulta natural utilizar el pensamiento lógico y emplear técnicas heurísticas apropiadas para la resolución de problemas. En relación con los dos primeros propósitos tendríamos juegos que llamamos de conocimiento (llegar a 21, ¿quién tiene? ¡yo tengo!, el juego del producto, etc.), mientras que, en relación con los dos últimos, tendríamos los juegos denominados de estrategia (Nim, nextbol, ajedrez, etc.). No obstante, muchos juegos de conocimiento admiten cierta estrategia (el juego del producto, por analogía con el tres en raya) y ciertos juegos de estrategia pueden facilitar la aparición de ciertos conocimientos (construcción de diagramas de árbol en el ajedrez).

En lo referente al aspecto matemático, se plantean cuatro competencias, en clara relación con los ejes de procesos propuestos por orientaciones internacionales, como el NCTM (2000): resolución de problemas; razonamiento, argumentación y prueba; comunicación y representación; conexiones. El foco ha de estar puesto, ahora más que nunca, en el desarrollo de estas competencias.

I. Competencias específicas

Competencia específica de la materia Laboratorio de Refuerzo de Competencias Clave (CL y STEM), 1:

CE.LRCV.1. Comprender e interpretar textos orales, escritos y multimodales, con sentido crítico, recogiendo el sentido global y la información más relevante, identificando el punto de vista y la intención del emisor y valorando su fiabilidad, su forma y su contenido, para construir conocimiento, dar respuesta a necesidades e intereses comunicativos diversos, formarse opinión y para ensanchar las posibilidades de disfrute y ocio.

Descripción

La comprensión y la interpretación son dos procesos distintos, aunque inherentes al análisis de una determinada información. Comprender significa abarcar tan solo el texto, bien sea oral o escrito, a partir de los elementos presentes en lo informado, extraer su sentido general y los detalles más relevantes. Como estrategias frecuentes para el desarrollo de la comprensión lectora se realizan actividades como responder a preguntas, producir resúmenes sobre lo leído, elaborar títulos, completar historias u ordenar párrafos de una misma historia, por ejemplo. Los temas cotidianos, de interés para el alumnado y próximos a sus experiencias serán los más adecuados para desarrollar esta competencia.

Por otra parte, la interpretación supone el análisis de los datos presentados para asignarles un significado. Es un proceso más amplio que engloba la conexión entre la información presentada en el texto e informaciones externas, pertenecientes al horizonte cultural de quien ha producido el texto y/o de la persona que lo recibe. Por ello, la capacidad de interpretar necesita de un ejercicio constante en lo que toca al establecimiento de enlaces entre lo afirmado y lo que se sabe o se supone previamente al texto. Interpretar presenta una estrecha relación con la capacidad de formular hipótesis sobre la información y espacio para comprobarlas. Además, se pueden incluir diferentes formas de representación (escritura, imagen, gráficos, tablas, diagramas, sonido, gestos, etc.), así como trabajar la información contextual (elementos extralingüísticos) y contextual (elementos lingüísticos) que permitan



comprobar la hipótesis inicial acerca de la intención y sentido del texto, así como plantear hipótesis alternativas si fuera necesario.

Comprender es una etapa previa a la de interpretar, por lo que habrá que comprobar que hubo comprensión de algo antes de seguir a la ampliación de esas ideas o a la relación con otros contextos. En cualquier caso, la comprensión y la interpretación son etapas complementarias a la construcción del sentido.

Además de dichas estrategias, la utilización de fuentes fiables, en soportes tanto analógicos como digitales, constituye un método de gran utilidad para la comprensión, pues permite contrastar, validar y sustentar la información, así como identificar prejuicios y estereotipos de cualquier tipo.

Vinculación con otras competencias

Con otras de la propia materia.

Esta competencia específica tiene una indudable vinculación con otras de la materia de Lengua Castellana y Literatura, como con la CE.LCL.4 en cuanto a los procesos que se ponen en funcionamiento para la comprensión e interpretación de distintos textos, tanto en su sentido global como en la identificación de distintas intenciones comunicativas. Además, es indudable que estos mismos procesos aparecen también en otras lenguas extranjeras como señala la CE.LEI.1, así como la importancia de mantener una actitud crítica para evaluar la fiabilidad y la veracidad de la información obtenida que aparece en la CE.TD.1. de Tecnología y Digitalización.

Vinculación con el Perfil de salida

Esta competencia específica se conecta con los siguientes descriptores del Perfil de salida: CCL2, CCL3, CP2, CD1, CC1, CCEC2.

Competencia específica de la materia Laboratorio de Refuerzo de Competencias Clave (CL y STEM)2:

CE.LRCV.2. Producir textos orales, escritos y multimodales con fluidez, coherencia, cohesión y registro adecuado, atendiendo a las convenciones propias del género discursivo elegido, y participar en interacciones orales con actitud cooperativa y respetuosa, tanto para construir conocimiento y establecer vínculos personales como para dar respuesta de manera informada, eficaz y creativa a diferentes situaciones comunicativas.

La producción comprende tanto la expresión oral como la escrita y la multimodal. En esta materia, la producción debe dar lugar a la redacción y la exposición de textos sobre temas cotidianos, de relevancia personal o de interés público próximo a la experiencia del alumnado, con creatividad, coherencia y adecuación. La producción, en diversos formatos y soportes, puede incluir la exposición de una pequeña descripción o anécdota, una presentación formal de mayor extensión o la redacción de textos que expresen hechos, conceptos, pensamientos, opiniones y sentimientos, mediante herramientas digitales y analógicas, así como la búsqueda avanzada de información en internet como fuente de documentación. En su formato multimodal, la producción incluye el uso conjunto de diferentes recursos para producir significado (escritura, imagen, gráficos, tablas, diagramas, sonido, gestos, etc.) y la selección y aplicación del más adecuado en función de la tarea y sus necesidades.

Las actividades y tareas vinculadas con la producción de textos deberían integrar todas las destrezas y la escritura debería tratarse como medio no solo de enseñar rasgos gramaticales, sino procesos y estrategias que permitan la mejora de la producción, comprendan la planificación, la autoevaluación, la coevaluación y la retroalimentación.

Vinculación con otras competencias

Con otras de la propia materia.

En cuanto a las conexiones con competencias específicas de otras materias, esta competencia específica tiene vinculación con la CE.LCL.5 de la materia de Lengua Castellana y Literatura, en cuanto a los procesos que se ponen en funcionamiento para la producción de textos cohesionados, coherentes y adecuados a la situación comunicativa tanto oral o escrita. Además, involucra otras competencias específicas como la CE.LCL.6 que desarrolla destrezas de búsqueda y selección de información con conciencia crítica para integrarla en los discursos. Asimismo, son



innegables las conexiones con la CE.LCL.9, pues el conocimiento de la estructura lingüística redundante en la calidad de las producciones orales y escritas y con la CE.LCL.10 que pone de relieve la dimensión ética de la comunicación.

Por otro lado, es indudable que estos mismos procesos aparecen en otras lenguas extranjeras como señalan la CE.LEI.2 y la CE.LEI.3. Además, la materia de Tecnología en su CE.T.3 desarrolla destrezas para la difusión de mensajes libres de tintes sexistas a través de tecnologías de la información y la comunicación.

Vinculación con el Perfil de salida

Esta competencia específica se conecta con los siguientes descriptores del Perfil de salida: CCL1, CCL3, CCL5CP1, CP2, CD2, CPSAA1, CPSAA4, CPSAA5, CE3, CCEC3.

Competencia específica de la materia Laboratorio de Refuerzo de Competencias Clave (CL y STEM)3:

CE.LRCV.3. Resolver problemas en contextos variados, tanto matemáticos como de fuera de las matemáticas, siempre que sean cercanos y significativos, adoptando una actitud flexible a partir del uso de estrategias diversas y reflexionar sobre el propio proceso de resolución, así como construir y reconstruir conocimiento matemático a través de la resolución de dichos problemas.

La resolución de problemas es una parte fundamental del aprendizaje de las matemáticas y consiste en enfrentarse a una tarea en la que el método para resolverla no es conocido de antemano. No es solo un fin en sí misma, sino que ha de ser el medio principal sobre el que se construyen y aprenden las matemáticas. La definición de lo que es un problema admite diferentes matices, pero siempre comparte esa posible duda o bloqueo inicial y un objetivo que exige asumir ese reto como propio, y que pasa por usar conceptos y procesos matemáticos. Un problema no es un ejercicio.

El proceso de resolución es importante y debe ser evaluado, de manera que el alumnado sea consciente de sus progresos y cómo mejorar, al mismo tiempo que el profesorado recoge información para adaptar secuencias didácticas posteriores. En la resolución de problemas se enmarcan otros procesos, como los de representación, modelización y generalización, por lo que se deberá prestar especial atención a la reflexión a partir de la manipulación de materiales, el uso de representaciones gráficas que se alineen con el discurso y pensamiento del alumnado, expresiones verbales adecuadas, etc. No se trata solo de llegar a la solución eligiendo al azar una técnica concreta. Y, cuando se llega a la solución, se debe reflexionar sobre el proceso seguido, de forma crítica. Cuando la enseñanza es a través de la resolución de problemas, el aprendizaje comienza cuando se le da sentido a la solución obtenida y se incorpora ese saber a la red de conocimientos que ya posee el alumnado, haciéndolo significativo. Además, en función del contexto del problema es conveniente extender esta crítica de la solución obtenida hacia las implicaciones que puede tener desde diferentes perspectivas. Así, se pueden establecer algunas conexiones con otras áreas y con importantes aspectos transversales importantes (consumo responsable, salud, medioambiente, etc.).

Vinculación con otras competencias

El desarrollo de esta competencia tiene una estrecha relación con todas las competencias específicas de Matemáticas, y de forma muy directa con la CE.M.1 y la CE.M.2 y debe ponerse en juego en situaciones de aprendizaje de todos los sentidos matemáticos, prestando especial atención a aquellas diseñadas para el aprendizaje de nuevos saberes para el alumnado. Aunque esta competencia encuentra vínculos importantes con las de otras áreas, que también contribuyen a su desarrollo y repercuten en una mejora de la capacidad general para la resolución de problemas, hay que tener en cuenta las diferencias en el papel que juega la modelización en unas áreas y otras. Así, las conexiones son claras con las materias de Biología y Geología, así como, sobre todo, con Física y Química. Sin embargo, en estas materias la modelización emplea un objeto matemático ya construido con el fin de obtener más información o nuevo conocimiento sobre cierto fenómeno del mundo de lo sensible y hacer predicciones. En cambio, en Matemáticas, la modelización de una situación puede perseguir también la construcción de un nuevo saber matemático para el alumnado. Esto es muy claro en el uso de los manipulativos.

Sin ánimo de exhaustividad, se identifican vínculos con competencias de las asignaturas de Biología y Geología, como la CE.BG.4 (utilizar el razonamiento y el pensamiento computacional, analizando críticamente las respuestas y



soluciones y reformulando el procedimiento, si fuera necesario, para resolver problemas...) y con Física y química, como la CE.FQ.1 (comprender y relacionar los motivos por los que ocurren los principales fenómenos fisicoquímicos del entorno, explicándolos en términos de las leyes y teorías científicas adecuadas, para resolver problemas...).

Vinculación con el Perfil de salida

Esta competencia específica se conecta con los siguientes descriptores del Perfil de salida: STEM1, STEM2, STEM3, STEM4, CD2, CPSAA4, CPSAA5, CE3, CCEC4, CC3.

Competencia específica de la materia Laboratorio de refuerzo de competencias clave (CL y STEM) 4:

CE.LRCV.4. Apreciar y reconocer el valor del razonamiento, la argumentación y la prueba, a partir de la elaboración de conjeturas y la indagación sobre ellas, de la argumentación propia y de la evaluación de argumentaciones de otros.

Esta competencia se enmarca en el eje de razonamiento y prueba. El razonamiento y la argumentación es inherente a la construcción de los saberes matemáticos y, por tanto, debe estar presente de forma continua en el aprendizaje de las matemáticas. No en vano, desembocará en la idea de prueba. Al hablar de desarrollo del pensamiento crítico se ha de tener en cuenta que no surge por el mero hecho de aprender matemáticas (o la materia que sea). Es imprescindible plantear situaciones de aprendizaje donde el alumnado tenga que formular preguntas, reflexionar sobre lo que ha hecho, identificar regularidades, admitir que la solución de un problema quizás no existe o que no es única, cómo se conecta lo aprendido en la resolución de un problema con los conocimientos previos, admitir que el error forma parte del proceso, etc. Además, si se pretende que este pensamiento crítico se transfiera a otros contextos y se enriquezca con diferentes modos de pensamiento, hay que aprovechar las oportunidades de conexión entre las distintas áreas.

El razonamiento, en matemáticas, implica realizar conjeturas adaptadas a cada situación, comprobar, validar o refutar conjeturas (que puede y debe realizarse a diferentes niveles, lo importante es la argumentación), generalizar a partir de modelos y patrones y comunicar, validar y reflexionar sobre los procesos seguidos y los resultados o las conclusiones obtenidas. En particular, la reflexión sobre el proceso de resolución de un problema o la exploración de una situación conduce a la construcción de nuevo conocimiento y a adoptar una actitud proactiva hacia el aprendizaje, lo cual repercutirá en la motivación que verdaderamente importa, la intrínseca.

La invención de problemas (problema posing) abarca la generación de nuevos problemas y la reformulación de problemas dados de antemano. Es algo que también puede surgir ante problemas poco estructurados, como los que suelen plantearse alrededor de contextos realistas o complejos. Es una actividad muy importante que, al igual que los procesos de exploración, representación y razonamiento, ejemplifica de forma excelente el aspecto creativo de las matemáticas. Tiene un gran valor desde el constructivismo y el aprendizaje significativo porque las tareas de invención de problemas exigen que el alumnado reinterprete la red de conocimientos y competencias procedentes de situaciones de aprendizaje anteriores. Las situaciones de invención de problemas pueden ser completamente libres, derivadas, quizá, de problemas de la vida cotidiana o contextos cercanos para el alumnado; estar semi estructuradas, de forma que se explore de forma creativa una situación abierta usando el conocimiento de experiencias matemáticas previas; o estar estructuradas, centrándose en un problema específico que requiere ser completado o reformulado.

Vinculación con otras competencias

Esta competencia se relaciona con todas las competencias específicas de la materia de Matemáticas. En especial, tiene una conexión muy cercana con las competencias de resolución de problemas, CE.M.1 y CE.M.2, con CE.M.4, que incide en otro tipo de razonamiento, y con CE.M.8 que aborda aspectos de comunicación matemática. Por otro lado, el desarrollo de esta competencia matemática en razonamiento y argumentación debería tener como objetivo adicional que el alumnado la ponga en juego en el ámbito de su vida cotidiana y en otras áreas de conocimiento. Los vínculos que establezcan con competencias de otras áreas deberían facilitar la transferencia a otros contextos y modos de razonamiento.



Sin ánimo de exhaustividad, el razonamiento matemático, la argumentación y la formulación de preguntas y verificación de conjeturas es básico en el desarrollo del pensamiento científico para averiguar las causas que originan los fenómenos del mundo natural y por eso tiene vínculos evidentes con las competencias específicas CE.BG.4 (Utilizar el razonamiento y el pensamiento computacional...) de Biología y Geología, CE.FQ.1 (Comprender y relacionar los motivos por los que ocurren los principales fenómenos fisicoquímicos del entorno...) y CE.FQ.2 (Expresar las observaciones realizadas por el alumnado en forma de preguntas, formulando hipótesis para explicarlas y demostrando dichas hipótesis...) de Física y Química. Además esta competencia también está conectada con otras competencias específicas relacionadas con los procesos de argumentación para identificar la coherencia y pertinencia del argumento de un discurso y a detectar falacias argumentativas, como CE.LCTL.3 (Producir textos orales y multimodales con fluidez, coherencia, cohesión y registro adecuado...), CE.LCTL.5 (Producir textos escritos y multimodales coherentes, cohesionados, adecuados y correctos...) y CE.LCTL.6 (Seleccionar y contrastar información procedente de diferentes fuentes de manera progresivamente autónoma, evaluando su fiabilidad y pertinencia...) en Lengua Castellana y Literatura.

Vinculación con el Perfil de salida

Esta competencia específica se conecta con los siguientes descriptores del Perfil de salida: CCL1, STEM1, STEM2, CD1, CD2, CD5, CE3.

Competencia específica de la materia Laboratorio de Refuerzo de Competencias Clave (CL y STEM)5:

CE.LRCV.5. Utilizar el lenguaje matemático en sus diversos registros y representaciones para comunicar ideas matemáticas de forma precisa, analizar y evaluar el pensamiento matemático de otros, organizando el pensamiento matemático propio en el proceso.

Para comprender las implicaciones de esta competencia, la cual se enmarca en el eje de comunicación y representación y está muy relacionada con la CE.LRCV.5 de conexiones, es esencial distinguir entre un objeto matemático y sus representaciones. Las representaciones matemáticas son producciones visibles o tangibles que codifican, simbolizan (están en el lugar de) o encarnan ideas o relaciones matemáticas. Por ejemplo, son representaciones los diagramas, rectas numéricas, gráficos, disposiciones de objetos concretos o manipulables, modelos físicos, expresiones matemáticas, símbolos, fórmulas y ecuaciones, o representaciones en la pantalla de una computadora o calculadora. Cuando llamamos representación a una de tales producciones es porque estamos haciendo referencia a un significado que se supone que tiene. De lo contrario, serían inscripciones vacías de referencias significativas. Un «4» dibujado en la pizarra no es el número cuatro, es una representación del número cuatro. De hecho, el alumnado tiene (debe tener) su primer contacto con el número cuatro de forma previa a su representación simbólica. Los ejemplos anteriores son representaciones externas. Es decir, alguien las hizo visibles de forma externa para que fueran accesibles a otras personas para su observación, discusión, interpretación y/o manipulación. Sin embargo, también son representaciones, internas, las construcciones, conceptos o configuraciones mentales o cognitivas de una persona. Son las imágenes mentales de objetos geométricos o patrones, formas y movimientos, ideas matemáticas, estrategias y estados afectivos ante la resolución de problemas y exploración de situaciones, etc. La representación también es el proceso de representar, algo que hacen las personas. Este proceso, a su vez, implica los procesos de producción física, en el caso de las representaciones externas, como los procesos mentales involucrados en la construcción de representaciones externas e internas (las cuales, a su vez, están relacionadas). Por último, también se utiliza el término representación matemática cuando se codifican, en términos matemáticos, situaciones propias de la física, la química, la biología, etc.

Las representaciones pueden ser convencionales (sistema de numeración posicional decimal, ábacos, expresiones aritméticas, etc.) o personales (dibujos, diagramas, gestos, etc.). Todas estas representaciones pueden ser compartidas, dando lugar a procesos de negociación de significados, a través de discusiones, interacciones y charlas de aula en torno a la resolución de problemas. El desarrollo de esta competencia exige que las situaciones de aprendizaje contemplen los procesos de comunicación y representación. Específicamente, es muy importante que el alumnado externalice sus representaciones internas, dando lugar a representaciones externas tanto convencionales como personales, y que efectúe cambios de representación para un mismo objeto matemático.



La comunicación es una parte esencial, tanto de las matemáticas como de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Es una forma de compartir significados, ideas y, en definitiva, de ganar comprensión de los objetos matemáticos. A través de la comunicación, las ideas se convierten en objetos de reflexión, exploración, discusión y reconstrucción. Por lo tanto, el alumnado debería poder organizar y consolidar su pensamiento matemático a través de la comunicación. En ese sentido, es indispensable que las situaciones de aprendizaje faciliten esta interacción y el alumnado desarrolle formas de expresión coherentes con su pensamiento, de manera que pueda comunicar sus ideas, al mismo tiempo que analizar y evaluar el pensamiento de sus compañeros o de sus compañeras. La conversación sobre objetos matemáticos es la mejor vía para desarrollar el lenguaje, partiendo del lenguaje verbal natural y, de forma progresiva, ir introduciendo términos más precisos. Conviene, por lo tanto, que el profesorado procure que el alumnado hable de matemáticas, escuche reflexiones y propuestas matemáticas, escriba matemáticas, aproveche el potencial de las diversas formas de representación para expresar su pensamiento, de las más informales a las más estructuradas, hasta llegar, paulatinamente, al lenguaje simbólico. Además, es necesario considerar que el lenguaje propio de las matemáticas va mucho más allá que el mero uso de signos y símbolos, por lo que las situaciones de aprendizaje para el desarrollo adecuado de esta competencia deben considerar todos los registros (y su articulación) en que se pueden comunicar las ideas y conceptos matemáticos.

Vinculación con otras competencias

Esta competencia está estrechamente vinculada a través del proceso de resolución de problemas con todas las demás competencias específicas del currículo de Matemáticas. También es pertinente hablar de representaciones cuando se expresan situaciones de otras áreas en términos matemáticos, por lo que los vínculos evidentes con competencias de otras áreas son múltiples y variados.

La comunicación de hechos matemáticos está relacionada principalmente con la producción de argumentos matemáticos en sentido amplio, lo que enlaza por un lado con la CE.M.7 (Representar ideas matemáticas), la CE.M.3 (razonamiento y argumentación aplicadas a la formulación de conjeturas) y la CE.M.4 (organización de datos vía el pensamiento computacional). En otras materias como Lengua Castellana (CE.LC.3 y CE.LC.5) se desarrollan las competencias de producir textos orales y escritos con fluidez, coherencia, cohesión y registro adecuados. En Tecnología y Digitalización (CE.TD.4) se busca intercambiar ideas o soluciones a problemas tecnológicos o digitales y comunicar y difundir información y propuestas; también en Economía y Emprendimiento (CE.EE.5) se trata de presentar y exponer ideas utilizando estrategias comunicativas con una comunicación efectiva y respetuosa. En ambos casos, las ideas tecnológicas o económicas pueden tener un fuerte componente matemático.

Vinculación con el Perfil de salida

Esta competencia específica se conecta con los siguientes descriptores del Perfil de salida: STEM2, STEM3, STEM4, CD1, CD2, CD3, CD5, CE3, CCEC3, CCEC4, CCL1, CCL3, CP1.

Competencia específica de la materia Laboratorio de Refuerzo de Competencias Clave (CL y STEM) 6:

CE.LRCV.6. Reconocer y emplear conexiones entre las ideas matemáticas, comprendiendo cómo estas se interconectan, así como identificar las matemáticas que aparecen en los más diversos contextos

Las matemáticas no son una colección de saberes aislados, aunque se suelen presentar compartimentadas por niveles y por «ramas de conocimiento», como en este currículo, que se describen por ciclos y atendiendo a diferentes sentidos matemáticos (numérico, medida, espacial, algebraico y computacional y estocástico). El establecimiento de conexiones entre las diferentes ideas da lugar a un aprendizaje más significativo, con una comprensión profunda y duradera. Además, un énfasis en unas matemáticas integradas, llenas de conexiones, enfatiza su valor como herencia cultural y su utilidad en diferentes ámbitos de la vida cotidiana, la ciencia y el arte.

En este currículo, a lo largo de la descripción de los sentidos se indican posibles puntos de conexión entre los sentidos. Esto quiere decir que se puede diseñar perfectamente una situación de aprendizaje que englobe elementos de dos o más sentidos. Un ejemplo muy claro lo encontramos en las fracciones, que emergen de tareas de exploración en el sentido de la medida pero que se conectan con el sentido numérico, a lo que habría que añadir los componentes socioafectivos que se desarrollan a través de la interacción y la resolución de problemas. Este tipo de conexión es intra-matemática y horizontal. Sin embargo, no es este el único tipo de conexión. Enlazar con los



conocimientos previos del alumnado resulta fundamental y constituye una conexión vertical, también intramatemática. Por este motivo, en las orientaciones didácticas se hace hincapié en que las situaciones de aprendizaje construyan el nuevo conocimiento a partir de las intuiciones y experiencias del alumnado. Al mismo tiempo, se pueden hacer guiños que impliquen conexiones verticales hacia saberes de etapas posteriores. En este sentido, tanto la divulgación matemática como el techo alto de las situaciones de aprendizaje puede facilitar este tipo de conexiones. Todas estas conexiones no deben darse por implícitas, el profesorado debe enfatizarlas y ayudar a dar cuerpo de unidad a las matemáticas para que el conocimiento se construya de forma integrada y no fragmentado. Finalmente, también surgen conexiones extra-matemáticas con otras áreas de conocimiento que ayudan a dar sentido al aprendizaje. En particular, es importante que el alumnado tenga la oportunidad de experimentar y apreciar el papel que juegan las matemáticas en diferentes contextos (personales, escolares, sociales, científicos y humanísticos).

Vinculación con otras competencias

Esta competencia se enmarca claramente en el eje de conexiones y, por tanto, se va a relacionar con todas las competencias matemáticas. Puede decirse que tiene una gran relación con el proceso de resolución de problemas, ya que resulta esencial identificar las conexiones entre los diferentes saberes y la experiencia previa tanto para resolver el problema como para reflexionar sobre el proceso seguido y construir nuevo conocimiento.

En particular, trata de superar la excesiva compartimentación en temas, lecciones o bloques, tradicional en la enseñanza de todas las áreas y en particular de las Matemáticas. Las competencias más vinculadas con esta competencia son las CE.M.1 (Interpretar, modelizar y resolver problemas de la vida cotidiana y propios de las matemáticas...) y CE.M.2 (Analizar las soluciones de un problema usando diferentes técnicas y herramientas...). En la enseñanza a través de la resolución de problemas tiene un lugar muy importante el margen que se da al alumnado para reflexionar sobre las situaciones presentadas y aportar soluciones que no necesariamente tienen que estar completamente ligadas al contenido que se esté trabajando en ese momento. Adquirir esta competencia implica tener una visión global de las matemáticas lo que hace que estas tengan una aplicación mucho más potente en otras áreas, particularmente en las de tipo científico como CE.FQ.1 (explicar los fenómenos fisicoquímicos en términos de las leyes científicas adecuadas) o CE.BG.1 (Interpretar y transmitir información y datos científicos, argumentando sobre ellos...) pero también en otras como CE.T.2 (Aplicar de forma apropiada y segura distintas técnicas y conocimientos interdisciplinares...).

Vinculación con el Perfil de salida

Esta competencia específica se conecta con los siguientes descriptores del Perfil de salida: STEM1, STEM2, STEM3, CD2, CD3, CD5, CC4, CE2, CE3, CCEC1.

II. Criterios de evaluación

Los criterios de evaluación constituyen los referentes que indican los niveles de desempeño esperados en el alumnado en las situaciones o actividades a las que se refieren las competencias específicas de la materia de Laboratorio de Refuerzo de Competencias Clave (CL y STEM) en un momento determinado de su proceso de aprendizaje. Es decir, determinan el grado de adquisición de las competencias específicas por parte del alumnado, atendiendo a sus componentes cognitivo, procedimental y actitudinal, por lo que se presentan vinculados a ellas.

Su aplicación nos aportará información y deberá tener en cuenta la situación de partida del alumnado. Además, servirán como herramienta fundamental para la evaluación del nivel final y del grado de avance experimentado por el alumnado de forma individualizada. No existe una vinculación unívoca y directa entre criterios de evaluación y saberes básicos, las competencias específicas se evaluarán a través de la puesta en acción de diferentes saberes, proporcionando la flexibilidad necesaria para establecer conexiones entre ellos.

CE.LAB.1

Comprender e interpretar textos orales, escritos y multimodales, con sentido crítico, recogiendo el sentido global y la información más relevante, identificando el punto de vista y la intención del emisor y valorando su fiabilidad, su forma y su contenido, para construir conocimiento, dar respuesta a necesidades e intereses comunicativos diversos, formarse opinión y para ensanchar las posibilidades de disfrutar y ocio.

La comprensión e interpretación de textos orales, escritos y multimodales se fundamentará en el conocimiento de su estructura y de la



información más relevante según las necesidades comunicativas y la intención del emisor teniendo en cuenta el análisis de la interacción entre distintos códigos. A lo largo de los dos cursos aumentará la complejidad de los textos orales, escritos y multimodales en su comprensión, interpretación y análisis.	
<i>Laboratorio de refuerzo de competencias clave (CL y STEM), 1º ESO</i>	<i>Laboratorio de refuerzo de competencias clave (CL y STEM), 2º ESO</i>
1.1. Analizar el sentido global y la información específica y explícita de textos orales, escritos y multimodales sobre temas frecuentes y cotidianos, de relevancia personal y próximos a su experiencia, propios de los ámbitos de las relaciones interpersonales, del aprendizaje y de la ficción a través de diversos soportes. 1.2. Adoptar hábitos de uso crítico, seguro, y saludable de las tecnologías digitales en relación a la búsqueda e interpretación de la información.	1.1. Extraer e interpretar el sentido global y las ideas principales, seleccionando información pertinente de textos orales, escritos y multimodales sobre temas cotidianos, del ámbito social y los medios de comunicación o literarios. 1.2. Adoptar hábitos de uso crítico, seguro y saludable de las tecnologías digitales en relación a la búsqueda, interpretación y la comunicación de la información.
CE.LAB.2	
<i>Producir textos orales, escritos y multimodales con fluidez, coherencia, cohesión y registro adecuado, atendiendo a las convenciones propias del género discursivo elegido, y participar en interacciones orales con actitud cooperativa y respetuosa, tanto para construir conocimiento y establecer vínculos personales como para dar respuesta de manera informada, eficaz y creativa a diferentes situaciones comunicativas.</i>	
La producción de textos orales, escritos y multimodales se planificará ajustándose a las convenciones propias de los diferentes géneros discursivos, con fluidez, coherencia, cohesión y en el registro adecuado. De textos descriptivos, narrativos y dialogados sencillos se dará paso paulatinamente a una mayor complejidad hasta llegar a textos expositivos que ayuden a construir nuevos conocimientos. En la creación y producción de dichos textos se tendrán en cuenta aspectos de calidad, idoneidad del canal y eficacia de los procedimientos comunicativos empleados.	
<i>Laboratorio de refuerzo de competencias clave (CL y STEM), 1º ESO</i>	<i>Laboratorio de refuerzo de competencias clave (CL y STEM), 2º ESO</i>
2.1. Planificar y producir textos breves, orales, escritos y multimodales, con coherencia, cohesión y adecuación a la situación comunicativa propuesta, siguiendo pautas establecidas, a través de herramientas analógicas y digitales, sobre asuntos cotidianos, del ámbito educativo y textos literarios. 2.2. Participar en interacciones orales informales de manera activa y adecuada, con actitudes de escucha activa y haciendo uso de estrategias de cooperación conversacional y cortesía lingüística. 2.3. Incorporar procedimientos básicos para enriquecer los textos, atendiendo a aspectos lingüísticos, con precisión léxica y corrección ortográfica y gramatical.	2.1. Planificar y producir textos orales, escritos y multimodales progresivamente más complejos, propios del ámbito social, de los medios de comunicación, así como textos literarios adecuados al nivel de madurez del alumnado. 2.2. Participar en interacciones orales formales de manera activa y adecuada, con actitudes de escucha activa y haciendo uso de estrategias de cooperación conversacional y cortesía lingüística. 2.3. Incorporar procedimientos básicos para enriquecer los textos, atendiendo a aspectos discursivos, lingüísticos y de estilo, con precisión léxica y corrección ortográfica y gramatical.
CE.LAB.3	
<i>Resolver problemas en contextos variados, tanto matemáticos como de fuera de las matemáticas, siempre que sean cercanos y significativos, adoptando una actitud flexible a partir del uso de estrategias diversas y reflexionar sobre el propio proceso de resolución, así como construir y reconstruir conocimiento matemático a través de la resolución de dichos problemas.</i>	
El proceso de resolución de problemas es, esencialmente, el mismo a lo largo de los cuatro cursos de la Educación Secundaria. Se trata de considerar el lenguaje y los diferentes tipos de representaciones adecuados para cada ciclo, así como los saberes matemáticos sobre los que se articulen las situaciones de aprendizaje (sentido numérico, sentido de la medida, sentido espacial, sentido algebraico y pensamiento computacional, sentido estocástico). La resolución de problemas es sumamente relevante en este currículo, pues es el proceso sobre el que se construye el conocimiento y se desarrollan las competencias. En cualquier curso se debe proporcionar un andamiaje adecuado. Se trata de que, en efecto, el profesorado actúa de guía en ese proceso. Es preferible hablar en términos de andamiaje, que de guía, para subrayar que no consiste en decirle al alumnado qué debe hacer exactamente, sino de plantear preguntas ricas y abiertas, y diseñar las actividades y tareas a realizar de manera que puedan poner en juego sus conocimientos previos. Será la evaluación formativa la que permitirá desarrollar esta competencia (todas, en realidad), proporcionando información al alumnado para la mejora, así como evidencias que permitan adaptar los procesos de enseñanza y aprendizaje. También es indispensable tener claro que no todas las tareas con enunciado que se proponen al alumnado son situaciones-problema. El carácter de problema lo otorga, principalmente, el hecho de que la estrategia de resolución o exploración no tiene que resultar obvia de forma inmediata. Además, el alumnado tiene que implicarse personalmente en la tarea. Si no ocurre esto último, difícilmente se podrá hablar de aprendizaje activo. En este sentido, que la situación sea cercana y significativa para el alumnado facilita esta implicación. Puede ser una situación de la vida cotidiana, pero también una situación matemática sin contexto que resulte familiar para el alumnado y que conecte con experiencias matemáticas previas. Para llevar a cabo la evaluación de esta competencia es imprescindible el dejar tiempo al alumnado, así como facilitar espacios para la comunicación, que no debe referirse solamente a la solución o conclusión, sino al proceso seguido. Es necesario empoderar desde la evaluación formativa el proceso, darle valor, frente a la solución en sí. En ocasiones, puede resultar relevante realizar una estimación de cuál o cuáles podrían ser las soluciones (o conclusiones o resultados de la exploración de una situación) antes de empezar el proceso de resolución del problema, y contrastar la solución final con la conjetura inicial. La resolución de problemas en el aula encuentra su ambiente idóneo en el trabajo en pequeño grupo y posterior puesta en común con el gran grupo, aunque también puede haber momentos de reflexión individual. Un buen problema, muchas veces, no termina con la expresión oral o escrita de su solución, sino que abre la puerta a explorar nuevas situaciones. ¿Qué pasaría si...? Ese tipo de preguntas permite, de nuevo, evaluar los procesos de resolución y el alcance de las estrategias compartidas.	
<i>Laboratorio de refuerzo de competencias clave (CL y STEM), 1º ESO</i>	<i>Laboratorio de refuerzo de competencias clave (CL y STEM), 2º ESO</i>
3.1. Reformular, de forma verbal y gráfica, problemas de la vida cotidiana cercanos y significativos para el alumnado, comprendiendo las preguntas planteadas a través de diferentes estrategias o herramientas.	3.1. Reformular, de forma verbal y gráfica, problemas de la vida cotidiana cercanos y significativos para el alumnado, comprendiendo las preguntas planteadas a través de diferentes estrategias o herramientas.



<p>3.2. Seleccionar entre diferentes estrategias para resolver un problema justificando la estrategia seleccionada y compartiendo la reflexión que justifica la elección.</p> <p>3.3. Comprobar la corrección matemática de las soluciones o pertinencia de las conclusiones de un problema y su coherencia en el contexto planteado.</p>	<p>3.2. Seleccionar entre diferentes estrategias para resolver un problema justificando la estrategia seleccionada y compartiendo la reflexión que justifica la elección.</p> <p>3.3. Comprobar la corrección matemática de las soluciones o pertinencia de las conclusiones de un problema y su coherencia en el contexto planteado.</p>
---	---

CE.LAB.4

Apreciar y reconocer el valor del razonamiento, la argumentación y la prueba, a partir de la elaboración de conjeturas y la indagación sobre ellas, de la argumentación propia y de la evaluación de argumentaciones de otros.

Hacer conjeturas forma parte del proceso de abstracción que implica el descubrimiento y la expresión de relaciones, propiedades, patrones, regularidades. En el caso del número, de hecho, esta abstracción se inicia antes incluso que la representación simbólica. Las conjeturas pueden surgir en actividades como seguir series de repetición y de crecimiento, tanto numéricas como geométricas; observación de patrones en tablas y gráficos; descubrimiento de estrategias de cálculo mental, propiedades de las operaciones; observación de números y operaciones (números primos, compuestos, múltiplos de..., si multiplicas por 50 es como si..., si multiplico por 0,5 es como si...); observación de patrones en figuras geométricas (relación entre el número de diagonales y los polígonos regulares...); la observación de una colección ordenada de datos en gráficos y tablas también provoca la expresión de conjeturas. La aplicación de este criterio es sencilla en un ambiente de resolución de problemas. Es cuestión de identificar el progreso del alumnado en este aspecto, dejando tiempo para que las conjeturas sean formuladas por él y no por el profesorado. El impacto de la evaluación formativa en el aprendizaje es claro, y en esta competencia se concreta en desarrollar la actitud de hacer preguntas e inventar problemas. De esta manera, se completa el proceso de resolución de problemas, ya que estas preguntas y los argumentos que se emplean para defender y poner a prueba las conjeturas son esenciales en la construcción de los saberes, además de proporcionar un significado rico a los objetos de aprendizaje.

La invención de problemas es un tipo de tarea que debe incluirse necesariamente en las secuencias didácticas de todos los saberes y que ofrece excelentes oportunidades para la evaluación formativa. Las producciones del alumnado en estas situaciones, tanto orales como escritas, pueden consistir en crear nuevos problemas a partir de otros propuestos anteriormente; diseñar nuevos problemas cambiando los números, las figuras, las operaciones; se puede dar una parte del problema y que el alumnado tenga que completar el resto; dar una o varias operaciones como resolución e inventar el problema; redactar dos problemas distintos con la misma solución; dar un gráfico a partir del cual es necesario plantear el problema; imponer un contexto determinado, unas unidades de medida específicas; etc.

Para llevar a cabo la evaluación formativa aplicando estos criterios a partir de las situaciones de aprendizaje alrededor de los diferentes sentidos matemáticos, es necesario que el alumnado se sienta en un ambiente propicio, de confianza, que facilite la espontaneidad e inspire seguridad. En definitiva, se trata de empoderar que hacer preguntas, en Matemáticas (y en todas las áreas), es valioso.

Cuando se evalúa la argumentación, dependiendo de la situación, será importante tener en cuenta no solo la expresión verbal, sino la coherencia de esta con el uso de materiales manipulativos, dibujos concretos, gráficos con mayor o menor grado de abstracción. Todos estos detalles permiten que el profesorado identifique el progreso en el desarrollo de la capacidad de argumentación.

Laboratorio de refuerzo de competencias clave (CL y STEM), 1º ESO

4.1 Formular conjeturas matemáticas sencillas investigando patrones, propiedades y relaciones en situaciones de aprendizaje con el andamiaje adecuado.

4.2. Dar ejemplos e inventar problemas sobre situaciones cercanas y significativas para el alumnado que se pueden abordar matemáticamente.

4.3. Argumentar la validez de conjeturas y de soluciones de un problema en términos matemáticos y en coherencia con el contexto planteado.

Laboratorio de refuerzo de competencias clave (CL y STEM), 2º ESO

4.1 Formular conjeturas matemáticas sencillas investigando patrones, propiedades y relaciones en situaciones de aprendizaje con el andamiaje adecuado.

4.2. Dar ejemplos e inventar problemas sobre situaciones cercanas y significativas para el alumnado que se pueden abordar matemáticamente.

4.3. Argumentar la validez de conjeturas y de soluciones de un problema en términos matemáticos y en coherencia con el contexto planteado.

CE.LAB.5

Utilizar el lenguaje matemático en sus diversos registros y representaciones para comunicar ideas matemáticas de forma precisa, analizar y evaluar el pensamiento matemático de otros, organizando el pensamiento matemático propio en el proceso.

Para evaluar el desarrollo de esta competencia alrededor de los procesos de comunicación y representación se plantean dos criterios estrechamente interrelacionados. El Criterio 5.1 está más centrado en el proceso de representación. Se refiere al reconocimiento, interpretación y uso del lenguaje matemático (en todas sus formas de expresión, no solo simbólicas) en situaciones cercanas y significativas para el alumnado. Estas situaciones están muy vinculadas con los procesos de modelización inicial, como los que tienen lugar al representar un problema con manipulativos, con un dibujo o con una representación más abstracta. Todas estas situaciones implican el desarrollo de vocabulario específico, en consonancia con gestos y otras representaciones, por lo que se trata de evaluar el progreso en este sentido. En cuanto al Criterio 5.2, está más enfocado en el proceso de comunicación. Sin embargo, la relación con las representaciones es clara. Cuando el alumnado trata de argumentar y explicar sus razonamientos o justificar sus conjeturas, se ve obligado a jugar con sus representaciones internas de los objetos matemáticos y a expresarse a partir de ellas. Serán los saberes de cada sentido en cada ciclo los que permitirán articular situaciones de aprendizaje en las que el alumnado deba argumentar y comunicar sus razonamientos.

La evaluación formativa proporciona múltiples maneras de aplicar estos criterios. El alumnado necesita que las situaciones de aprendizaje ofrezcan oportunidades para poner a prueba sus ideas dentro de un ambiente matemático de resolución de problemas orientado a la construcción compartida del conocimiento, con el objetivo de comprobar si comprenden y si sus argumentos son suficientemente sólidos (esto último es un objetivo fundamental que debería trabajarse a lo largo de todos los ciclos). Por ello, una vía para desarrollar esta competencia es potenciar la conversación sobre las matemáticas, tanto en pequeño grupo como en el grupo-clase. Primero, mediante el lenguaje verbal natural, para luego, de forma progresiva, ir introduciendo vocabulario específico de las matemáticas y otras representaciones. La evolución de las formas externas de representación también es clara a lo largo de los ciclos e, incluso, dentro de un mismo curso. Inicialmente se parte de representaciones informales y espontáneas que conectan con las intuiciones del alumnado (dibujos, construcciones con materiales manipulable, etc.) y, posteriormente, evolucionan de manera coherente hacia modelos más convencionales o formales, que son puestos sobre la mesa por el profesorado: signos de igualdad y comparación, tablas, gráficas estándar. El profesorado, para evaluar el uso y articulación de



representaciones, debe animar al alumnado a realizar todo tipo de representaciones, sin restricciones. La introducción de representaciones más convencionales corresponde al profesorado. Sin embargo, esto puede hacerse también de forma dialogante, a partir de una charla de aula. Por ejemplo, cuando se presenta un nuevo tipo de gráfico estadístico, sin haber recibido instrucción previa, y se discute cómo puede interpretarse. La gestión del aula, por parte del docente o de la docente, mientras se desarrolla el diálogo, es primordial y debe integrar la evaluación formativa de los procesos de comunicación y representación.

La expresión escrita (verbal y simbólica) también es objeto de evaluación. En particular, las representaciones simbólicas (números, expresiones aritméticas, etc.) que emplee el alumnado deben ser coherentes con el discurso gráfico, uso del manipulativo o el lenguaje verbal. Es importante no centrar exclusivamente la evaluación en comunicación en la representación escrita, así como ser pacientes y no imponer lenguaje formal antes de tiempo. La oralidad siempre debe preceder a lo escrito.

<i>Laboratorio de refuerzo de competencias clave (CL y STEM), 1º ESO</i>	<i>Laboratorio de refuerzo de competencias clave (CL y STEM), 2º ESO</i>
5.1. Interpretar lenguaje matemático sencillo en situaciones cercanas y significativas para el alumnado en diferentes registros y representaciones, adquiriendo vocabulario apropiado y mostrando la comprensión del mensaje. 5.2. Comunicar articulando diferentes registros y formas de representación las conjeturas y procesos matemáticos utilizando lenguaje matemático adecuado.	5.1. Interpretar lenguaje matemático sencillo en situaciones cercanas y significativas para el alumnado en diferentes registros y representaciones, adquiriendo vocabulario apropiado y mostrando la comprensión del mensaje. 5.2. Comunicar articulando diferentes registros y formas de representación las conjeturas y procesos matemáticos utilizando lenguaje matemático adecuado.
CE.LAB.6	
<i>Reconocer y emplear conexiones entre las ideas matemáticas, comprendiendo cómo estas se interconectan, así como identificar las matemáticas que aparecen en los más diversos contextos.</i>	
La idea de que las matemáticas son un cuerpo interconectado de sentidos y saberes debería estar presente a lo largo de toda la etapa. De hecho, cuando el alumnado comienza el primer ciclo, gran parte de sus experiencias matemáticas previas no estaban compartimentadas y más aún, tenían lugar en los más variados contextos. Conectar los diferentes objetos matemáticos entre sí y con otros campos y contextos es imprescindible para aprender y es necesario planificar tareas o subtareas específicas para ello. El proceso de establecer conexiones intra y extra-matemáticas es esencialmente el mismo a lo largo de toda la etapa. Lo único que cambia son los saberes correspondientes y la variedad de contextos.	
<i>Laboratorio de refuerzo de competencias clave (CL y STEM), 1º ESO</i>	<i>Laboratorio de refuerzo de competencias clave (CL y STEM), 2º ESO</i>
6.1. Utilizar conexiones entre diferentes elementos matemáticos movilizandolos conocimientos y experiencias propios. 6.2. Utilizar las conexiones entre las matemáticas, otras áreas y la vida cotidiana para resolver problemas en contextos no matemáticos.	6.1. Utilizar conexiones entre diferentes elementos matemáticos movilizandolos conocimientos y experiencias propios. 6.2. Utilizar las conexiones entre las matemáticas, otras áreas y la vida cotidiana para resolver problemas en contextos no matemáticos.

III. Saberes básicos

III.1. Descripción de los diferentes bloques en los que se estructuran los saberes básicos

A. Comunicación

En este bloque se integran los saberes implicados en la comunicación oral y escrita y la alfabetización mediática e informacional, vertebrados en torno a la realización de tareas para desarrollar las estrategias de producción, recepción y análisis crítico de textos orales, escritos y multimodales de diferentes ámbitos. Se pretende que el alumnado adquiera habilidades para comprender e interpretar textos con distinto grado de dificultad y de géneros próximos a su vivencia personal a partir de los cuales puedan desarrollar un pensamiento crítico. Asimismo, se persigue que sean capaces de producir y crear discursos y textos multimodales cada vez más elaborados que atiendan a cada situación comunicativa concreta en la que puedan exponer sus propias ideas y recibir las de los demás siguiendo, entre otros, el principio de cortesía desarrollado en las máximas conversacionales.

B. Reflexión lingüística

Este bloque de saberes básicos propone la construcción guiada de conclusiones sobre el sistema lingüístico a partir de la formulación de hipótesis, búsqueda de contraejemplos y establecimiento de generalizaciones usando para ello el metalenguaje específico. La mirada a la lengua como sistema supone necesariamente la reflexión sobre los mecanismos que regulan la comunicación a través de un uso correcto de la misma. Esta observación reflexiva parte de la palabra como unidad básica, su uso y sus valores significativos para continuar con las relaciones gramaticales que se establecen entre las palabras y los grupos de palabras dentro de una oración hasta llegar a las relaciones textuales que fundamentan el discurso.

C. Sentido numérico



El sentido numérico es la habilidad para descomponer números de forma natural, emplear referentes numéricos de forma apropiada y ágil, usar las relaciones entre las operaciones aritméticas de manera flexible y creativa en la resolución de problemas, comprender el sistema de numeración posicional de base 10, estimar, dar significado a los números y reconocer su magnitud (Sowder, 1992). El desarrollo del sentido numérico es algo muy personal. No se relaciona únicamente con aquellas ideas y conceptos alrededor de los números que van surgiendo en el aula, sino también con cómo se ha llegado a dichos conceptos y las conexiones que se establecen (Anghileri, 2006). El sentido numérico tiene que ver con una forma de pensar que conduce a identificar fácilmente esas conexiones. Por ejemplo, si una operación es fácilmente realizable o no, si una operación se puede acometer de diferentes maneras, el significado que puede tener una operación dentro de diferentes contextos, estimar un resultado, cómo utilizar representaciones coherentes con el razonamiento llevado a cabo, etc.

Las actividades que realice el alumnado determinarán en gran medida sus actitudes y creencias tanto hacia los números como a las matemáticas y a la enseñanza y aprendizaje de estas. En el caso del sentido numérico, si el alumnado termina asumiendo la creencia de que los números se usan para llevar a cabo las actividades de suma, resta, multiplicación o división que previamente les han explicado el docente o la docente, aunque no comprendan por qué se hacen así, la actitud previsible del alumnado será pasiva. De esa manera, posteriormente apenas serán capaces de resolver problemas y utilizar los números de forma flexible, más allá de que algunos alumnos y algunas alumnas tengan éxito en ello. Además, este alumnado que tiene éxito (relativo), lo tiene siempre, a pesar de las posibles estrategias de enseñanza seguidas. En cambio, si se implementan secuencias didácticas a través de la resolución de problemas que comiencen poniendo en juego los conocimientos previos del alumnado y permitan el uso de estrategias propias al manejar los números y su conocimiento acerca de estos y las operaciones, el aprendizaje será significativo. En otras palabras, por el camino, el alumnado construye su propio conocimiento y establece conexiones, en este caso, entre las diferentes propiedades o relaciones entre los números y las operaciones.

D. Sentido de la medida

Ciertas cualidades de los objetos, denominadas magnitudes, son susceptibles de ser medidas. Esto quiere decir que sobre estas cualidades se puede llevar a cabo un proceso mediante el que se asigna un número a dichas cualidades, denominado proceso de medida. Este proceso se puede realizar mediante diversas técnicas y el número que se obtiene recibe el nombre de cantidad de magnitud. Como adultos, empleamos continuamente las nociones de magnitud y medida, tanto en la vida cotidiana como profesional. Sin embargo, pocas veces reflexionamos sobre los fundamentos en que se apoyan estas nociones y que son fuente de dificultades para el alumnado. No en vano, exige comenzar abstrayendo cierta cualidad común a una colección de objetos, la magnitud. Después, cómo manipular dicha magnitud, ya que cada una de ellas implica acciones y lenguaje diferentes para realizar comparaciones, primero, y procesos de medida, después.

La medida tiene interés en matemáticas por varias razones. Evidentemente, se trata de un conjunto de saberes que se integran en el sentido de la medida que resultan de gran practicidad en situaciones de la vida cotidiana. De esta manera, ofrece contextos de aprendizaje y oportunidades de conexión excelentes para aplicar y relacionar otros saberes, como operaciones aritméticas, ideas geométricas, relaciones y funciones o estadística. Sin embargo, la medida en matemáticas es particularmente especial por otro motivo. Al verbalizar las acciones que se realizan en situaciones que involucran la manipulación de magnitudes y, especialmente, la comunicación del resultado de un proceso de medida surge la necesidad de un nuevo tipo de número: el número racional positivo, en sus múltiples representaciones simbólicas (fracciones, decimales, etc.).

E. Sentido espacial

Las matemáticas no pueden quedar reducidas a la aritmética y el álgebra. El énfasis injustificado en estas ramas ocasiona que otras queden relegadas a un segundo plano, como la geometría, la probabilidad o la estadística. En el caso de la geometría, autores como Vecino (en Chamorro, 2003) señalan que se llega a producir una «aritmética» de la misma, al reducirla a la aplicación trivial de unas fórmulas en situaciones prefijadas. Los objetos geométricos constituyen una abstracción de la realidad y son nuestra manera de comprender el espacio que nos rodea. La geometría ofrece un marco incomparable para el desarrollo del razonamiento, argumentación, conjetura y justificación. Hacer geometría no es tampoco aprender de memoria una serie de definiciones. Implica



razonar y establecer relaciones entre los conceptos. De hecho, la geometría se presta especialmente a la exploración y al descubrimiento. Así pues, los aprendizajes correspondientes al desarrollo del sentido espacial se han de enfocar en la construcción de conceptos, búsqueda de relaciones y perfeccionamiento de la intuición geométrica, a partir de la exploración, investigación y experimentación sobre tareas planteadas a partir del uso de manipulativos (físicos y virtuales) y objetos de uso cotidiano.

F. Sentido algebraico y pensamiento computacional

El sentido algebraico proporciona el lenguaje en el que se comunican las matemáticas. Ver lo general en lo particular, reconociendo patrones y relaciones de dependencia entre variables y expresándolas mediante diferentes representaciones, así como la modelización de situaciones matemáticas o del mundo real con expresiones simbólicas son características fundamentales del sentido algebraico. La formulación, representación y resolución de problemas a través de herramientas y conceptos propios de la informática son características del pensamiento computacional. Por razones organizativas, en el sentido algebraico se han incorporado dos apartados denominados Modelo matemático y Pensamiento computacional, que no son exclusivos del sentido algebraico y, por lo tanto, deben trabajarse de forma transversal a lo largo de todo el proceso de enseñanza de la materia. El pensamiento computacional incluye el análisis de datos, la organización lógica de los mismos, la búsqueda de soluciones en secuencias de pasos ordenados y la obtención de soluciones con instrucciones que puedan ser ejecutadas por una herramienta tecnológica programable, una persona o una combinación de ambas, lo cual amplía la capacidad de resolver problemas y promueve el uso eficiente de recursos digitales.

G. Sentido estocástico

El desarrollo del sentido estocástico implica lo que algunos autores y autoras han denominado alfabetización estadística y probabilística. La primera alude a la capacidad para interpretar datos, evaluarlos críticamente, realizar juicios y valoraciones para expresar opiniones respecto a información estadística, argumentos relacionados con los datos o fenómenos estocásticos. La segunda se relaciona con la capacidad para acceder, utilizar, interpretar y comunicar información e ideas relacionadas con la probabilidad, con el fin de participar y gestionar eficazmente diversas situaciones de incertidumbre y riesgo del mundo real, ya sea en la vida cotidiana, política o en contextos científico-tecnológicos.

Consecuentemente, el saber estocástico aparece subdividido en el currículo en dos bloques: por un lado, distribución e inferencia; por otro, predictibilidad e incertidumbre. Es algo que obedece a la clásica distinción entre estadística y probabilidad, cuyo nexo de unión más claro es la inferencia. No se trata, por tanto, de una separación estanca. Por un lado, la inferencia hará acto de presencia desde el primer momento con un lenguaje completamente informal, cuestionando -por ejemplo- qué podría haber pasado si los datos se hubiesen recogido en el aula de al lado. Por otro lado, en el aprendizaje de la probabilidad es indispensable realizar experimentos aleatorios, donde se recogen datos que luego hay que analizar. De esta manera, se pondrán en juego elementos asociados a la estadística como hojas de registro o gráficos de barras.

III.2. Concreción de los saberes básicos

III.2.1. Laboratorio de refuerzo de competencias clave (CL y STEM), 1º ESO

A. Comunicación	
Conocimientos, destrezas y actitudes	Orientaciones para la enseñanza
<p>Estrategias de producción, comprensión y análisis crítico de textos orales, escritos y multimodales de diferentes ámbitos, con atención conjunta a los siguientes aspectos:</p> <p>1. Contexto</p> <ul style="list-style-type: none"> Componentes del hecho comunicativo: la situación comunicativa y distancia social entre los interlocutores. <p>2. Géneros discursivos</p> <ul style="list-style-type: none"> Secuencias textuales básicas, con especial atención a las narrativas, descriptivas y dialogadas. Propiedades textuales: coherencia, cohesión y adecuación. 	<p>Poniendo en acción estos saberes básicos el alumnado debería ser capaz de comprender y producir textos y discursos breves atendiendo a las propiedades textuales básicas y a la cooperación conversacional y cortesía lingüística. Para ello se pueden proponer pequeñas tareas o actividades que pongan en funcionamiento todas las destrezas o habilidades lingüísticas como se hace en la enseñanza de una segunda lengua. El Marco Común Europeo de Referencia para las Lenguas (MCER) las define como <i>actividades de lengua</i>. Para ello se pueden llevar a cabo en el aula <i>actividades y estrategias de comprensión, de expresión, de interacción</i> (intercambios orales o escritos entre al menos dos personas, por ejemplo, una cibercharla, un debate, el correo electrónico) y <i>de mediación</i> (resumen, toma de notas, reformulación de un texto o paráfrasis).</p> <p>El uso en el aula de la imagen, el vídeo u otros recursos multimedia, así como otros soportes como el audio o el texto escrito serán de utilidad para el desarrollo de</p>



<p>3. Procesos</p> <ul style="list-style-type: none">– Interacción oral y escrita de carácter informal: tomar y dejar la palabra. Cooperación conversacional y cortesía lingüística. Escucha activa, asertividad y resolución dialogada de los conflictos.– Comprensión oral y lectora: sentido global del texto y relación entre sus partes.– Producción escrita: planificación, textualización, revisión y edición en diferentes soportes. Utilización de plataformas virtuales.– Iniciación a la alfabetización mediática e informacional: búsqueda y selección de la información con criterios de fiabilidad, calidad y pertinencia. <p>4. Reconocimiento y uso discursivo de los elementos lingüísticos</p> <ul style="list-style-type: none">– Recursos lingüísticos para mostrar la implicación del emisor en los textos: formas de deixis (personal, temporal y espacial).– Recursos lingüísticos para adecuar el registro a la situación de comunicación.– Mecanismos de cohesión. Conectores textuales temporales, explicativos y de orden.– Uso coherente de las formas verbales en los textos. Los tiempos del pretérito en la narración.– Corrección lingüística y revisión ortográfica y gramatical de los textos.– Los signos básicos de puntuación como mecanismo organizador del texto escrito.	<p>dichas estrategias tanto en la vertiente de comprensión como en la de producción. El número más reducido de alumnado puede propiciar dinámicas más distendidas o lúdicas como la dramatización, los juegos de roles, la improvisación, la lluvia de ideas, la creación colectiva, los juegos lingüísticos, la resolución de enigmas o tareas con vacíos de información, la recreación cambiando el punto de vista del narrador o de los personajes, la recomposición de textos previamente desordenados, etc. Además, es fundamental favorecer la interacción y el diálogo por lo que las dinámicas que pongan en funcionamiento estructuras y agrupamientos de trabajo cooperativo favorecerán la participación, el desarrollo de habilidades sociales y las interrelaciones positivas.</p>
--	---

B. Reflexión lingüística

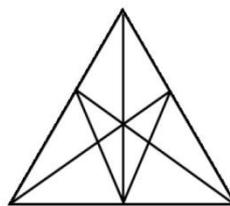
<i>Conocimientos, destrezas y actitudes</i>	<i>Orientaciones para la enseñanza</i>
<ul style="list-style-type: none">– Diferencias relevantes e intersecciones entre lengua oral y lengua escrita atendiendo a aspectos léxicos y pragmáticos.– Aproximación a la lengua como sistema y a sus unidades básicas teniendo en cuenta los diferentes niveles: el sonido y sistema de escritura, las palabras (forma y significado).– Procedimientos de adquisición y formación de palabras. Reflexión sobre los cambios en su significado, las relaciones semánticas entre palabras.– Estrategias de uso progresivamente autónomo de diccionarios y manuales de gramática en diferentes formatos, para obtener información gramatical básica.	<p>La comunicación no se limita al producto lingüístico final, oral o escrito, sino que es un proceso en el que no es suficiente el trabajo con aspectos lingüísticos. Los saberes relacionados con la reflexión sobre la lengua deben integrarse en el proceso para que los alumnos y las alumnas aprendan a utilizarlos para la revisión y mejora de sus usos lingüísticos. La consecuencia directa de este enfoque consiste en que el punto de partida del trabajo en el aula sea la realización de tareas comunicativas reales en las que se integre la reflexión sobre la lengua, siempre con objetivos comunicativos reales y funcionales.</p>

C. Sentido numérico

<i>Conocimientos, destrezas y actitudes</i>	<i>Orientaciones para la enseñanza</i>
<p>Conteo:</p> <ul style="list-style-type: none">– Estrategias variadas de recuento sistemático en situaciones cercanas y significativas donde no sea evidente el principio de correspondencia uno a uno. <p>Cantidad:</p> <ul style="list-style-type: none">– Realización de estimaciones (en medida y en cálculo) con la precisión requerida poniendo en juego diversas técnicas. <p>Sentido de las operaciones:</p> <ul style="list-style-type: none">– Estrategias de cálculo mental con números naturales, fracciones y decimales.– Propiedades de las operaciones (suma, resta, multiplicación, división y potenciación): a través del cálculo mental, de forma manual (en conexión con el pensamiento computacional) calculadora u hoja de cálculo. <p>Relaciones:</p> <ul style="list-style-type: none">– Factores, múltiplos y divisores. Divisibilidad. <p>Razonamiento proporcional:</p> <ul style="list-style-type: none">– Razones entre magnitudes: comprensión y	<p>El desarrollo del sentido numérico se inicia en Educación Infantil y se ha trabajado durante toda la Educación Primaria es un campo excelente para la exploración y desarrollo de ideas profundas sobre el conocimiento de los números y permite establecer importantes conexiones con la medida y el pensamiento algebraico y computacional. En la vida cotidiana, fuera del ámbito escolar, cuando es necesario efectuar algún tipo de cálculo, lo más frecuente es que utilicemos estrategias de cálculo mental y estrategias basadas en estimaciones. A este aprendizaje hay que dedicarle tiempo en el aula. También a la calculadora, pues también se echa mano de ella en la vida cotidiana cuando los cálculos a realizar son complejos y necesitamos precisión. Decidir la conveniencia de utilizar el cálculo aproximado o exacto también es un aprendizaje. La calculadora como recurso didáctico, por otro lado, ofrece interesantes actividades de exploración que facilitan el descubrimiento de ciertas propiedades de los números y sus operaciones.</p> <p>Se deben considerar situaciones de combinatoria que exijan contar colecciones de objetos donde el principio de correspondencia uno a uno no sea evidente. Por ejemplo: ¿cuántos triángulos hay en esta figura? Dejar hacer, con calma y tranquilidad, contrastar estrategias, hacer preguntas, ¿cómo podemos estar seguros de haber llegado al resultado correcto? ¿nos hemos dejado alguno? ¿hemos contado dos veces el mismo?</p>



representación de relaciones cuantitativas. Porcentaje como razón.
 - Situaciones de proporcionalidad en diferentes contextos: análisis y desarrollo de métodos para la resolución de problemas.



En lo que refiere a operaciones aritméticas, es habitual que algún alumnado utilice estrategias propias de cálculo. Lo que no es tan frecuente es que las comunique. Aprovechar que alguien haya encontrado un resultado de manera no formal, espontánea, depende de la actitud del profesorado, promoviendo que se explique cómo se ha llegado al resultado, que se inicie el diálogo y la escucha hacia los razonamientos de los demás. El uso de estrategias didácticas que faciliten hacer visible el pensamiento del alumnado es esencial en este sentido (p. ej., pizarras en las paredes de la clase, grupos aleatorios de tres alumnos o tres alumnas, etc. (Liljedahl, 2021)). Al valorar y explicitar las diferentes estrategias personales para encontrar resultados ayudamos a ampliar el repertorio.

Después de un tiempo en el que aprender los algoritmos y utilizarlos sin errores era el objetivo principal de la escuela, en estos momentos en que nos podemos servir de otras herramientas más rápidas y seguras para obtener resultados, el aprendizaje de los algoritmos tiene un sentido distinto, que se explora desde el sentido algebraico y el pensamiento computacional. Si el alumnado en este ciclo no tiene un buen dominio de los algoritmos por haber realizado un aprendizaje únicamente mecanicista, es preferible ayudarles a conseguir un dominio más comprensivo. La realización de operaciones «complicadas» siempre podrá realizarse con calculadora u otros dispositivos, pero la institución escolar no debe perder ninguna oportunidad para el aprendizaje desde la comprensión. Esto no quiere decir que no se realicen tareas propias del pensamiento computacional, por lo que sugerimos leer las orientaciones expuestas allí.

En cuanto al razonamiento proporcional, de entre las formas de justificar si una relación entre magnitudes es de proporcionalidad directa hay que evitar siempre utilizar argumentos erróneos del tipo “a más de esto, más de lo otro” (o similares). Estos argumentos no permiten describir una relación de proporcionalidad directa, sino una relación creciente y, por tanto, además de inválidos pueden llevar a confusiones futuras y a la promoción de la ilusión de linealidad. Se propone utilizar justificaciones que acerquen la relación de proporcionalidad a la razón entre las magnitudes y, por tanto, a interpretar la constante de proporcionalidad (conexión que se hará a su debido tiempo, en sentido algebraico, al introducir la modelización algebraica de la proporcionalidad). Una propuesta puede consultarse en el trabajo de Martínez-Juste (2022).

D. Sentido de la medida

Conocimientos, destrezas y actitudes

Magnitud

- Estrategias de elección de las unidades y operaciones adecuadas en problemas que impliquen medida.

Medición:

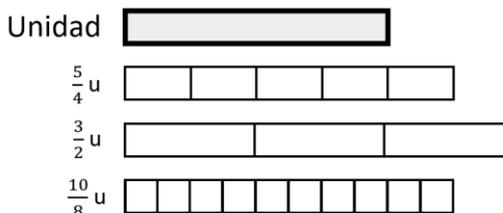
- Fracciones como forma de expresar el resultado de un proceso de medida (una cantidad de magnitud).
- Medición directa de ángulos y deducción de la medida a partir de las relaciones angulares.
- Medición directa e indirecta de áreas, conexión entre ambos métodos.

Estimación y relaciones:

- Estrategias para la toma de decisión justificada del grado de precisión requerida en situaciones de medida.

Orientaciones para la enseñanza

¿Cómo se construye, a partir del significado de medida, la noción de equivalencia de fracciones? La idea fundamental es que dos fracciones serán equivalentes si expresan la misma cantidad de magnitud. La tarea esencial es plantear situaciones que exijan medir objetos con diferentes tamaños de subunidad. Al agrupar aquellos que tienen la misma cantidad de magnitud, las fracciones que expresan sus medidas se dice que son equivalentes. Por ejemplo:



La figura muestra una situación que primero se ha podido hacer con manipulativos (tiras de tela, de papel, por ejemplo) y, posteriormente, haber representado gráficamente las acciones realizadas. La tira que mide $\frac{5}{4}u$ es igual de larga que la que mide $\frac{10}{8}u$. Por lo tanto, $\frac{5}{4}$ y $\frac{10}{8}$ son equivalentes. ¿Por qué ocurre eso? Hemos necesitado el doble de subunidades, pero estas son la mitad de grandes. En este tipo de situaciones hay que fomentar estos razonamientos y la comprensión, evitando el «son equivalentes porque los productos cruzados son iguales». Esta

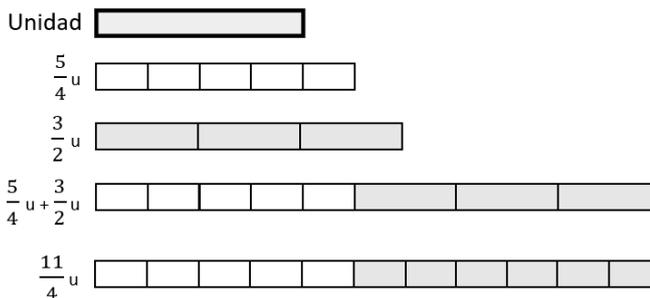


regla, si es que aparece, debería ser en todo caso como el resultado de una observación en una secuencia de exploración. Manipulaciones y representaciones gráficas asociadas a ellas como las anteriores son imprescindibles para una comprensión adecuada. Más aún, dentro de un marco inclusivo, tanto para el alumnado con dificultades como para el que ha accedido a comprender lo esencial y están profundizando. Las representaciones gráficas deben conectar con el discurso verbal y aritmético.

La suma de fracciones aparece de manera natural como la agregación de cantidades de magnitud (juntar tiras de papel y medir el resultado); la resta de fracciones como una sustracción de una cantidad de magnitud a otra, o como diferencia; la multiplicación de una fracción por un número natural como la suma reiterada de la misma cantidad de magnitud; la división de una fracción por un número natural, surge al repartir una cantidad de magnitud entre un número de personas (5/4 kg de harina para hacer 10 panecillos). La multiplicación de fracciones exige explorar la situación en la que una fracción actúa como operador y la otra como medida, así como la situación en la que ambas fracciones son medidas. De nuevo, se trata de explorarlas desde la comprensión, con manipulativos y representaciones gráficas que doten de significado al discurso aritmético.



Por ejemplo, si deseamos comunicar la longitud de la tira resultante de juntar una que mide $\frac{5}{4}u$ y otra que mide $\frac{3}{2}u$, tenemos que medir de nuevo esa longitud. Para ello, es necesario medir en cuartos, en este caso.



Reflexionando sobre estas acciones se pone de manifiesto que lo que se ha realizado es una amplificación de la fracción $\frac{3}{2}$, para convertirla en su equivalente $\frac{6}{4}$. Se deben plantear otras situaciones que fomenten la simplificación de una de las fracciones a sumar (o restar) y otras situaciones donde haya que modificar ambas. En ningún caso, especialmente en este último, debe desembocar en el aprendizaje mecánico del cálculo del mcm, mucho menos a partir de las factorizaciones. Es esencial desarrollar la flexibilidad.

E. Sentido algebraico y pensamiento computacional

Conocimientos, destrezas y actitudes

Orientaciones para la enseñanza

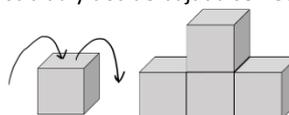
Patrones:
- Patrones, pautas y regularidades: observación y determinación de la regla de formación en casos sencillos.

Modelo matemático:
- Estrategias de deducción de conclusiones razonables a partir de un modelo matemático (gráficas o diagramáticas)

Variable:
- Variable: comprensión del concepto en sus diferentes naturalezas (desde una aproximación funcional).

Relaciones y funciones:
- Relaciones cuantitativas en situaciones de la vida cotidiana y clases de funciones que las modelizan.
- Interpretación cualitativa de relaciones funcionales

La investigación de patrones, tanto numéricos como geométricos, proporciona excelentes situaciones de aprendizaje para empezar a conectar la verbalización del proceso de generalización con expresiones simbólicas-literales que describen el patrón. El alumnado debería analizar la estructura interna que da pie a la generalización y ver cómo aumentan o se transforman. A continuación, se describe brevemente un ejemplo que podemos encontrar en NRICH (<https://nrich.maths.org/2283>). Se necesita un bloque para hacer una escalera de un peldaño de subida y otro de bajada. Observa también que para construir una escalera con 2 peldaños de subida y dos de bajada se necesitan 4 bloques:



¿Cuántos bloques necesitaremos para construir una escalera con 5 peldaños de subida y 5 de bajada?, ¿y con 10 peldaños de subida y 10 de bajada?, ¿cómo explicarías cuántos bloques tendríamos que usar para construir una escalera con



y no funcionales, especialmente desde un punto de vista gráfico.

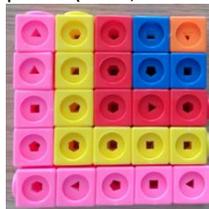
Pensamiento computacional:

- Estrategias de formulación de cuestiones susceptibles de ser analizadas mediante programas y otras herramientas.

cualquier número de peldaños? Esta situación de aprendizaje sirve, en primer lugar, para ilustrar cómo es una actividad de suelo bajo y techo alto. Cualquier alumno o cualquier alumna pueden empezar, porque la primera pregunta se puede responder contando. Obviamente, para ello, es necesario haber fomentado una cultura de aula en la que el diálogo, la exploración y, en definitiva, el pensamiento del alumnado sea el eje sobre el que construir las matemáticas. Una forma de aproximarse con el uso de material manipulativo es, directamente, construir esa escalera:

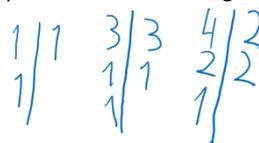


Si contamos el número de policubos, damos con la solución a la primera pregunta: 25. Sin embargo, en esa escalera se observan ya ciertas regularidades. Dejando tiempo para ello, surge el hecho de que $1+3+5+7+9 = 25$. Para responder a la siguiente pregunta, algunos alumnos o algunas alumnas pueden hacer uso de esta forma de sumar (que además es una interesante observación matemática). Sin embargo, otro alumnado puede seguir necesitando construir antes la de 6 peldaños de subida y 6 de bajada, para facilitar el proceso de abstracción. Y para cualquier tamaño de escalera, ¿cómo se haría? Una forma es sumando todos los impares hasta ese número de peldaños, pero... ¿se puede hacer de forma más rápida? ¿podemos contar de otra manera? Todas estas preguntas dependen de lo que vaya haciendo el alumnado. Incluso, puede (debe, en la medida de lo posible) salir de él.



Cuando se recolocan las piezas de manera que se facilite su conteo, se observa que forman un cuadrado. Entonces es sencillo: ¿quiero saber cuántos bloques necesito para la de 10 peldaños? Me basta multiplicar $10 \cdot 10$, es decir, 100. Lo que hay que hacer es multiplicar por sí mismo el número que me digan, o elevarlo al cuadrado. Esto se puede simbolizar, para cualquier número, ya con una letra: $N \cdot N = N^2$.

Un punto de encuentro con el pensamiento computacional y la algoritmia es con la factorización de los números. Al igual que con los de las operaciones básicas, si se desea plantear el problema de la factorización como un problema algorítmico, en primer lugar, debe plantearse de forma abierta y con el objetivo de diseñar una serie de pasos que pueda reproducir otro alumno, otra alumna o una máquina. Ahora bien, antes de llegar a este punto, dentro del sentido numérico y algebraico, el énfasis debe haber venido puesto en estrategias flexibles, análisis de la estructura multiplicativa de los números y uso correcto del signo =. Es decir, $24=6 \cdot 4=2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2$, o bien $24=2 \cdot 12=2 \cdot 2 \cdot 6=2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$. Si se presenta el algoritmo «de la raya» desde el principio, el alumnado confunde concepto con procedimiento (procedimiento, además, poco flexible) y es habitual encontrarse con esto, lo cual es absurdo (es el uno o un número primo o se puede factorizar sin algoritmo fácilmente):



Sin embargo, como decíamos, sí que puede ser interesante plantear el problema de programar un algoritmo para el cálculo de los factores de un número. Se puede hacer con o sin ordenador. En este último caso, cada grupo de alumnos o alumnas diseña un algoritmo y luego lo intercambian con otros grupos, que lo analizan. ¿Es de verdad un algoritmo? ¿Funciona para todos los casos? ¿Le cuesta más con unos números que con otros? ¿Se puede mejorar de alguna manera? ¿Qué es mejorar un algoritmo?

F. Sentido espacial

Conocimientos, destrezas y actitudes

Orientaciones para la enseñanza

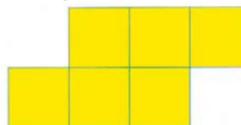
Figuras geométricas de dos y tres dimensiones:
- Figuras geométricas planas y tridimensionales: descripción y clasificación en función de sus

Malloy (1999) describe una interesante actividad sobre área y perímetro (aspecto esencial al que debe dedicarse la atención necesaria), ilustrando cómo se conecta con el modelo de razonamiento de los van Hiele. Es la siguiente:



propiedades o características.
 - Construcción de figuras geométricas con herramientas manipulativas y digitales (programas de geometría dinámica, realidad aumentada...)
Visualización, razonamiento y modelización geométrica:
 - Modelización geométrica: relaciones numéricas y algebraicas en la resolución de problemas.

«Supongamos que los lados de las losetas cuadradas en esta figura tienen una unidad de longitud. Agrega las losetas cuadradas necesarias para que la figura tenga un perímetro de 16. Los cuadrados que se agreguen deben coincidir de modo que se toquen en al menos un lado de la figura.»



Algunas preguntas que pueden servir de andamiaje para esa actividad, después de la exploración y para explotar todo el potencial de la tarea, que es mucho, son (Malloy, 1999, p. 89):

- ¿Dónde colocarías una ficha para aumentar el perímetro en 1? ¿Y en 2? ¿Y en 3?
- ¿Cómo podrías aumentar el área en 3 y no aumentar el perímetro?
- ¿Cuál es la menor cantidad de losetas que se pueden agregar para aumentar el perímetro a 16 unidades? Describe esta nueva forma. ¿Cuál es su área?
- ¿Cuál es la mayor cantidad de mosaicos que se pueden agregar para aumentar el perímetro a 16 unidades? Describe esta nueva forma. ¿Cuál es su área?
- Usa las fichas para encontrar todos los rectángulos distintos que tienen un perímetro determinado. Los perímetros pueden variar de 12 a 24 unidades. (Nota: ¿Podría un perímetro ser un número impar?)

El aprendizaje de las áreas y los volúmenes no debería organizarse nunca en torno al aprendizaje de las fórmulas, sino a través de la descomposición y medida. Por ejemplo, situaciones propias del sentido de la medida donde se plantee el problema del cálculo del área de un rectángulo y, a partir de ahí, con papel y tijeras, construir rectángulos equivalentes (de igual área) que un paralelogramo, los tres tipos diferentes de triángulos, rombos, etc. Existen tareas para conectar esta aproximación con el cálculo del área del círculo, para lo que solo hace falta considerar Pi como la razón entre la longitud de una circunferencia y su diámetro.

G. Sentido estocástico

Conocimientos, destrezas y actitudes

Distribución e inferencia:

- Gráficos estadísticos: representación mediante diferentes tecnologías (calculadora, hoja de cálculo, aplicaciones...) y elección del más adecuado.
- Medidas de localización: interpretación y cálculo con apoyo tecnológico en situaciones reales.
- Formulación de preguntas adecuadas para conocer las características de interés de una población.

Predictibilidad e incertidumbre

- Experimentos simples: planificación, realización y análisis de la incertidumbre asociada.
- La probabilidad como medida asociada a la incertidumbre de experimentos aleatorios, conectando el significado frecuencial (probabilidad como frecuencia relativa) y el significado clásico (regla de Laplace).

Orientaciones para la enseñanza

Se debe continuar dando importancia a plantear preguntas que puedan responderse con datos. Evidentemente, ahora se cuenta con más experiencia y más herramientas que en el primer ciclo, por lo que se puede extraer más información del conjunto de datos, se puede trabajar con muestras más grandes, se pueden llevar a cabo comparaciones algo más profundas entre diferentes conjuntos de datos, los informes estadísticos pueden conjugar variables de todos los tipos (cualitativos ordinales, cualitativos nominales, cuantitativos discretos y cuantitativos continuos), etc.

La elaboración de gráficos estadísticos, con y sin ayuda de las TIC, incluye nuevos tipos. No debe restringirse tampoco a los habituales que se ven en el colegio, sino que merece la pena interpretar infografías y otros gráficos creativos que aparecen en medios. Es particularmente interesante la sección del NY Times «What's going on in this graph» (<https://www.nytimes.com/column/whats-going-on-in-this-graph>), donde se invita a interpretar un gráfico y a inventarse un título para este. Otro tipo de tarea para desarrollar la interpretación de gráficos es el revelado lento de gráficos, o «slow reveal graphs» (<https://slowrevealgraphs.com>).

Las situaciones de aprendizaje deben articularse a partir de problemas, situaciones y pequeños (o grandes) proyectos estadísticos en donde los datos se presenten de diversas formas, uno a uno, en forma de lista, tabla, gráficos o se tengan que recoger y planificar la recogida convenientemente. Es el momento ideal para iniciarse en el trabajo a partir de datos recogidos por otros o generados a partir de simulaciones, diferenciar entre dos muestras, hacer observaciones, conjeturar y proponer nuevas preguntas a partir de la comparación de estas.

La guía para la evaluación e instrucción en educación estadística GAISE II (Bargagliotti, et al. 2020), descargable, contiene numerosas orientaciones y ejemplos de actividades para fomentar el desarrollo del sentido estocástico, en lo que concierne a distribución en inferencia estadística.

La premisa didáctica básica del trabajo en probabilidad continúa siendo la misma que en ciclos anteriores: expresar, razonadamente, el grado de creencia acerca de la ocurrencia o no de ciertos sucesos, para luego contrastarlo con la experimentación. Se debe fomentar el uso del lenguaje verbal para expresar estos razonamientos, que progresivamente habrá extendido la terminología empleada. En conexión con el



	<p>sentido numérico, cobra importancia la exploración del principio multiplicativo para el conteo de los diferentes resultados de un experimento aleatorio, cuando este surge de la combinación de varios dispositivos (lanzamiento de dos dados, elección al azar de un menú, etc.)</p> <p>Es imprescindible proporcionar un rango variado e intercalado de situaciones que articulen los significados frecuencial y clásico, que incluya la realización de experimentos aleatorios, de forma real y mediante simulación. Los dispositivos no pueden ser siempre dados y monedas, equiprobables, donde siempre resulta aplicable la regla de Laplace, sino que deben usarse chinchetas, ruletas y otros donde los diferentes sucesos elementales a los que den lugar no sean equiprobables. Además, se deben considerar contextos como fenómenos atmosféricos, deportivos, científicos, etc.</p> <p>El libro de Godino, Batanero y Cañizares (1987) sigue teniendo plena vigencia e incluye los tipos de actividades esenciales a abordar en azar y probabilidad a lo largo de la Educación Primaria y comienzo de la Educación Secundaria. Los materiales de Edumat (Godino, 2003), descargables, también contienen orientaciones específicas, tanto para la distribución e inferencia como para la predictibilidad e incertidumbre.</p>
--	--

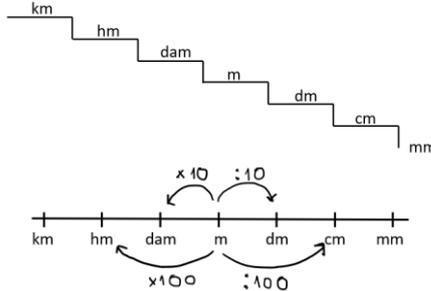
III.2.2. Laboratorio de Refuerzo de Competencias Clave (CL y STEM), 2º ESO

A. Comunicación	
Conocimientos, destrezas y actitudes	Orientaciones para la enseñanza
<p>Estrategias de producción, comprensión y análisis crítico de textos orales, escritos y multimodales de diferentes ámbitos, con atención conjunta a los siguientes aspectos:</p> <p>1. Contexto</p> <ul style="list-style-type: none"> – Componentes del hecho comunicativo: grado de formalidad de la situación y carácter público o privado; distancia social entre los interlocutores; propósitos comunicativos e interpretación de intenciones; canal de comunicación y elementos no verbales de la comunicación. <p>2. Géneros discursivos</p> <ul style="list-style-type: none"> – Secuencias textuales básicas, con especial atención a las expositivas. – Propiedades textuales: coherencia, cohesión y adecuación. – Géneros discursivos propios del ámbito social. Redes sociales y medios de comunicación. Análisis de la imagen y elementos paratextuales de los textos icónico-verbales y multimodales. <p>3. Procesos</p> <ul style="list-style-type: none"> – Comprensión oral: Detección de usos discriminatorios del lenguaje verbal y no verbal. – Producción oral formal: planificación y búsqueda de información, textualización y revisión. Adecuación a la audiencia. Elementos no verbales. Rasgos discursivos y lingüísticos de la oralidad formal. – Comprensión lectora: sentido global del texto y relación entre sus partes. La intención del emisor. Detección de usos discriminatorios del lenguaje verbal e icónico. – Producción escrita: planificación, textualización, revisión y edición en diferentes soportes. Usos de la escritura para la organización del pensamiento: toma de notas, esquemas, definiciones, resúmenes, etc. – Alfabetización mediática e informacional: búsqueda y selección de la información con criterios de fiabilidad, calidad y pertinencia; análisis, valoración, reorganización y síntesis de la información en esquemas propios y transformación en conocimiento. 	<p>En este segundo curso de la materia, se puede ir aumentando progresivamente la dificultad de las tareas propuestas para el primer curso y se debe ir exigiendo una mayor calidad en los productos realizados por el alumnado.</p> <p>A la narración, descripción y diálogo se unirá ahora la secuencia textual de la exposición como instrumento para la transmisión del conocimiento y la adquisición de otros aprendizajes. Se puede introducir esta secuencia conectándola con temas de interés para el alumnado lo que también facilitará el desarrollo de destrezas para documentarse, tomar notas, elaborar esquemas, ampliar el vocabulario y utilizar los códigos no verbales. A partir de ahí, la labor docente puede consistir en ampliar la mirada hacia otros temas como pueden ser los relacionados con los problemas sociales y con un mundo en permanente cambio y transformación.</p> <p>Las producciones finales deben cumplir con criterios de calidad, corrección lingüística, ortográfica y gramatical. Asimismo, se debe transmitir la importancia de la correcta puntuación y el uso de sus principales signos básicos.</p>



<p>4. Reconocimiento y uso discursivo de los elementos lingüísticos</p> <ul style="list-style-type: none">– Recursos lingüísticos para mostrar la implicación del emisor en los textos: formas de deixis (personal, temporal y espacial) y procedimientos de modalización.– Recursos lingüísticos para adecuar el registro a la situación de comunicación.– Mecanismos de cohesión. Conectores textuales temporales, explicativos, de orden y de contraste. Mecanismos de referencia interna gramaticales (sustituciones pronominales y adverbiales) y léxicos (repeticiones, sinónimos, hiperónimos y elipsis).– Corrección lingüística y revisión ortográfica y gramatical de los textos.– Los signos básicos de puntuación como mecanismo organizador del texto escrito.	
B. Reflexión lingüística	
<i>Conocimientos, destrezas y actitudes</i>	<i>Orientaciones para la enseñanza</i>
<ul style="list-style-type: none">– Diferencias relevantes e intersecciones entre lengua oral y lengua escrita atendiendo a aspectos sintácticos, léxicos y pragmáticos.– La lengua como sistema y a sus unidades básicas teniendo en cuenta los diferentes niveles: las palabras (forma y significado), su organización en el discurso (orden de las palabras, componentes de las oraciones o conexión entre los significados).– Distinción entre la forma (categoría gramatical) y la función de las palabras (funciones sintácticas), sintácticos para el cambio de categoría.– Las relaciones semánticas entre palabras y sus valores denotativos y connotativos en función del contexto y el propósito comunicativo.– Estrategias de uso progresivamente autónomo de diccionarios y manuales de gramática en diferentes formatos, para obtener información gramatical básica.	<p>Los saberes que integran este bloque sobre la reflexión de la lengua deben abordarse desde una metodología no estructural, por lo que utilizar una textualidad digital (páginas web, blogs) resulta idónea.</p> <p>La lectura de textos o fragmentos deberá responder a una selección cuya premisa sea que resulten cercanos a los intereses del alumnado y que en algún caso puede estar relacionada con los saberes de carácter literario de la materia de Lengua Castellana y Literatura.</p>
C. Sentido numérico	
<i>Conocimientos, destrezas y actitudes</i>	<i>Orientaciones para la enseñanza</i>
<p>Cantidad:</p> <ul style="list-style-type: none">- Números grandes y pequeños: notación exponencial y científica y uso de la calculadora.- Realización de estimaciones con la precisión requerida. <p>Sentido de las operaciones:</p> <ul style="list-style-type: none">- Estrategias de cálculo mental con números naturales, fracciones y decimales.- Efecto de las operaciones aritméticas con números enteros, fracciones y expresiones decimales. <p>Relaciones:</p> <ul style="list-style-type: none">- Factores, múltiplos y divisores. Factorización en números primos para resolver problemas: estrategias y herramientas. Divisibilidad.- Patrones y regularidades numéricas. <p>Razonamiento proporcional:</p> <ul style="list-style-type: none">- Razones entre magnitudes: comprensión y representación de relaciones cuantitativas. Porcentaje como razón.- Situaciones de proporcionalidad en diferentes contextos: análisis y desarrollo de métodos para la resolución de problemas.	<p>Conviene dar importancia a la escritura de frases matemáticas que incluyan operaciones combinadas. No es necesario, ni recomendable, que sean especialmente largas, pero sí que sean precisas. Esto se puede realizar de manera integrada con el sentido numérico. Por ejemplo, el juego del 24, del que se pueden encontrar páginas en internet con applets para jugar y tarjetas de juego imprimibles. Consiste en que, dados cuatro números, hay que conseguir 24 empleando las cuatro operaciones. Por un lado, se ejercita de manera rica y flexible el cálculo mental. Pero, por otro lado, es una ocasión excelente para que el alumnado tenga que escribir el proceso seguido de forma fiel a su razonamiento y rigurosa con el uso del lenguaje simbólico. Así, si los números son 4, 4, 5 y 6, una forma de hacerlo sería «a cinco, le resto cuatro, y el resultado lo multiplico por 4 y por 6», lo que escrito simbólicamente sería $4 \cdot (5-4) \cdot 6 = 24$. Por supuesto, no es la única manera. Por ejemplo, $4 \cdot 6 / (5-4) = 24$. En cuanto a la escritura, se trata de fomentar la escritura del proceso en horizontal, haciendo buen uso de los signos. Cuando un alumno o una alumna utilicen incorrectamente el signo =, con expresiones erróneas como $5-4=1 \cdot 6=6 \cdot 4=24$, se aprovechará la oportunidad para discutir si eso refleja su modo de pensar y si a ambos lados del igual hay expresiones que son equivalentes o no. Otros juegos, como los “estimisterios”, permiten poner en juego de forma simultánea técnicas de estimación con aspectos de divisibilidad (https://stevewyborne.com/2019/09/51-esti-mysterios/)</p> <p>También podemos encontrar laberintos o recorridos de operaciones en los que se ponen de manifiesto los efectos de las operaciones de una manera que va más allá de la mecánica, ya que se trata de valorar el camino que maximiza (o minimiza) el resultado (https://anagarciaazcarate.wordpress.com/2014/03/10/el-recorrido-de-los-decimales/)</p>
D. Sentido de la medida	



Conocimientos, destrezas y actitudes	Orientaciones para la enseñanza
<p>Magnitud</p> <ul style="list-style-type: none"> - Estrategias de elección de las unidades y operaciones adecuadas en problemas que impliquen medida. <p>Medición:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Fracciones como forma de expresar el resultado de un proceso de medida (una cantidad de magnitud). - Medición directa de ángulos y deducción de la medida a partir de las relaciones angulares. - Medición directa e indirecta de áreas, conexión entre ambos métodos. <p>Estimación y relaciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Estrategias para la toma de decisión justificada del grado de precisión requerida en situaciones de medida. 	<p>Si en primer curso se han planteado acciones manipulativas con la magnitud longitud, puede ser buena idea emplear otras magnitudes, como el área, que exigen acciones más complejas para construir las subunidades con las que medir (o construir) la cantidad de magnitud en cada caso.</p> <p>Por otro lado, si observamos dificultades (tanto en este curso como en primero) en situaciones de cambio de unidades, hemos de ser conscientes que estas forman parte del sentido de la medida e implican el uso del pensamiento proporcional. Se evitará el empleo de técnicas como «la escalera de cambio de unidades» que llevan al uso de reglas mnemotécnicas vacías de significado como «subir, dividir; y bajar, multiplicar». Chamorro y Belmonte (1991) se hacen eco de las consecuencias que trae la automatización sin tener garantizada la comprensión. Si estas situaciones de cambio se reducen a la multiplicación y la división por un uno seguido de un número de ceros a determinar, trucos como el de la escalera añaden una capa de misterio innecesaria acerca de por qué se divide o por qué se multiplica. Además, gran parte del alumnado no sabe realmente si ha de contar el peldaño de salida y/o el de llegada, o ninguno. A esto habría que añadir la dificultad de manejar magnitudes lineales de dos o tres dimensiones (área, volumen). Otra técnica vacía de significado es la que se muestra en la derecha de la figura. ¿Y si las conversiones no parten de la unidad? Si en la recta el espacio entre m y dam representa 10, ¿por qué el de espacio entre m y hm es 100 y no 20?</p>  <p>Cuando el alumnado tenga dificultades conviene recuperar tareas de equivalencia con material manipulativo que facilite poner en juego razonamiento proporcional. Si cada unidad de estas equivale a 4 de las otras, ¿cómo puedo saber cuántas necesito para medir el área de esta superficie? Una vez comprendidas estas situaciones, enlazar con el sistema métrico decimal es sencillo.</p>

E. Sentido algebraico y pensamiento computacional

Conocimientos, destrezas y actitudes	Orientaciones para la enseñanza
<p>Patrones:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Patrones, pautas y regularidades: observación y determinación de la regla de formación en casos sencillos. <p>Modelo matemático:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Modelización de situaciones de la vida cotidiana usando representaciones matemáticas y el lenguaje algebraico. - Estrategias de deducción de conclusiones razonables a partir de un modelo matemático. <p>Variable:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Variable: comprensión del concepto en sus diferentes naturalezas. <p>Igualdad y desigualdad:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Relaciones lineales y cuadráticas en situaciones de la vida cotidiana o matemáticamente relevantes: expresión mediante álgebra simbólica. - Ecuaciones: resolución mediante el uso de la tecnología. <p>Relaciones y funciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Relaciones lineales y cuadráticas: identificación y comparación de diferentes modos de representación, tablas, gráficas o expresiones algebraicas, y sus propiedades a partir de ellas. <p>Pensamiento computacional:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Estrategias de formulación de cuestiones susceptibles de ser analizadas mediante programas y otras herramientas. 	<p>Es importante seguir planteando actividades para promover procesos de generalización, conjetura, argumentación, representación y uso preciso del lenguaje matemático. Por ello, el trabajo con patrones y relaciones siempre desde la comprensión es fundamental. Un aspecto esencial es que aprovechen el trabajo en esta materia para adquirir un significado rico del signo igual, relacional y no meramente operativo. Por este motivo, hay que seguir insistiendo en proponer tareas donde se discutan relaciones entre expresiones algebraicas, comparen, ordenen, etc.</p>



F. Sentido espacial

Conocimientos, destrezas y actitudes

Orientaciones para la enseñanza

Figuras geométricas de dos y tres dimensiones:

- Figuras geométricas planas y tridimensionales: descripción y clasificación de en función de sus propiedades o características.

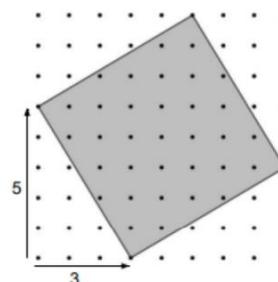
- Relaciones geométricas como la congruencia, la semejanza y la relación pitagórica en figuras planas y tridimensionales: identificación y aplicación.

- Construcción de figuras geométricas con herramientas manipulativas y digitales (programas de geometría dinámica, realidad aumentada...)

Visualización, razonamiento y modelización geométrica:

- Modelización geométrica para representar y explicar relaciones numéricas y algebraicas en la resolución de problemas.

Debe continuarse el trabajo de primer curso, considerando reflexiones sobre objetos matemáticos característicos de segundo curso. Por ejemplo, el teorema de Pitágoras, que es, sin duda, uno de los objetos matemáticos más fascinantes de la educación obligatoria. Su enseñanza no puede reducirse a la aplicación de la fórmula. Muchos autores y muchas autoras coinciden en subrayar la oportunidad que ofrece para trabajar la conjetura y la prueba en matemáticas. En Beltrán-Pellicer (2022) se recoge una propuesta didáctica que parte de la situación inicial de calcular el área de un cuadrado "inclinado" en un geoplano o trama rectangular.



G. Sentido estocástico

Conocimientos, destrezas y actitudes

Orientaciones para la enseñanza

Distribución e inferencia:

- Medidas de localización: interpretación y cálculo con apoyo tecnológico en situaciones reales.

- Variabilidad: interpretación y cálculo, con apoyo tecnológico, de medidas de dispersión en situaciones reales.

- Formulación de preguntas adecuadas para conocer las características de interés de una población.

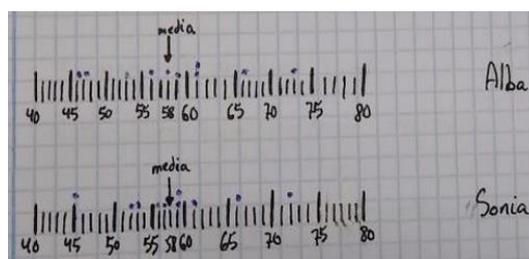
Predictibilidad e incertidumbre

- Experimentos simples: planificación, realización y análisis de la incertidumbre asociada.

- La probabilidad como medida asociada a la incertidumbre de experimentos aleatorios, conectando el significado frecuencial (probabilidad como frecuencia relativa) y el significado clásico (regla de Laplace).

El trabajo con medidas de centralización no debe limitarse, en ningún caso, a su cálculo. Es decir, sumar un conjunto de números y dividir por el número total de datos es el procedimiento para calcular la media. Sin embargo, visto así, no es más que una tarea -y poco rica- propia del sentido numérico. Se debe plantear también el uso de la calculadora. El concepto de media como medida estadística implica mucho más. Hay que interpretarla, sobre todo de forma conjunta con la moda y la mediana. ¿Es mejor la media o la mediana? ¿Por qué están tan separadas para este conjunto de datos? ¿Cómo las identificamos en este gráfico? Son solo algunas de las preguntas a considerar. Un ejemplo de pregunta rica en torno a la mediana: Siete amigos tienen tallas de zapato entre la 29 y la 37. Si el zapato mediano es de la talla 33, ¿cuáles son las posibles combinaciones de tamaños de zapatos del grupo de amigos?

Lo mismo ocurre con las medidas de dispersión. En Beltrán-Pellicer (2020) se describe la gestión de aula de la propuesta de Borrell, Pol y Sauer (1998), a partir del análisis de los porcentajes de acierto en tiros de campo de unas jugadoras de baloncesto. Se comienza valorando la dispersión de manera cualitativa y visual y se termina justificando, a partir de las producciones del alumnado, la conveniencia de usar una medida u otra.



En cuanto a la probabilidad, insistimos en la importancia de la experimentación y en conectar significados de la probabilidad (intuitivo, frecuencial, clásico y subjetivo). A los juegos mencionados en el currículo de matemáticas se pueden añadir muchos más. Para un aprovechamiento didáctico, será fundamental dejar que el alumnado exprese primero sus intuiciones y luego las contraste con la observación y recogida sistemática de datos, así como con un análisis clásico de la probabilidad, cuando sea posible. En Beltrán-Pellicer y Giacomone (2021) se sintetizan los rasgos de una propuesta didáctica para comienzo de la Educación Secundaria.



IV. Orientaciones didácticas y metodológicas

IV.1. Sugerencias didácticas y metodológicas

La finalidad básica de esta materia es la de contribuir a que el alumnado alcance las competencias clave que le permitan utilizar sus conocimientos como herramienta para el aprendizaje de otras materias, es decir, construir su propio conocimiento de forma consciente. El trabajo interdisciplinar es imprescindible para que el alumnado se apropie de los géneros discursivos específicos de cada disciplina y, en consecuencia, el enfoque metodológico debe ser eminentemente práctico y multinivel, para lo que es necesario el uso de metodologías activas y contextualizadas que nos lleven desde un planteamiento meramente basado en la descripción de la lengua y en la transmisión de información, a otro planteamiento metodológico basado en la comunicación: si los alumnos y las alumnas han de desarrollar la competencia comunicativa, necesitan utilizar la lengua en situaciones de comunicación explícitas y adecuadas a sus necesidades comunicativas. Para ello es necesario proponer situaciones de aprendizaje abiertas que tengan en cuenta los intereses, dudas y dificultades de los alumnos y de las alumnas y les planteen retos que puedan resolver para contribuir así al desarrollo de sus competencias clave.

El aprendizaje cooperativo, el aprendizaje basado en proyectos, basado en problemas, el aprendizaje servicio pueden ser las metodologías adecuadas para trabajar esta materia, ya que refuerzan la autoestima, la autonomía, la reflexión y la responsabilidad.

IV.2. Evaluación de aprendizajes

La evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado de la materia tendrá en cuenta el carácter formativo y continuo de esta y servirá para medir el grado de consecución de los objetivos y de las competencias específicas establecidas. Para ello es necesario promover el uso de herramientas e instrumentos de evaluación variados, diversos y con capacidad diagnóstica y de mejora.

El concepto de “evaluación continua” hace referencia a la evaluación que se lleva a cabo en el aula de forma diaria y cotidiana, normalmente con una finalidad formativa, recopilando sistemáticamente información del proceso de aprendizaje de cada alumna y de cada alumno. El objeto de la evaluación formativa es mostrar el progreso en el aprendizaje del alumnado para poder ofrecerles las orientaciones oportunas que le lleve a mejorar sus resultados. Así pues, continua y formativa son las dos caras de la misma moneda.

Para llevar a cabo este tipo de evaluación se recomienda un proceso cíclico de tres pasos: recogida de evidencias de aprendizaje, análisis y toma de decisiones. Asimismo, se pueden establecer una serie de estrategias para cada uno de los pasos:

-Recogida de evidencias de aprendizaje. Limitar la recogida de evidencias a aspectos que sean relevantes para el criterio de evaluación que esté en juego en la determinación del grado de adquisición de la competencia específica con la que esté relacionado. Es además importante hacerlo en el momento adecuado, es decir, cuando haya tiempo para rectificar y corregir, si es necesario.

- Análisis. Conviene devolver un comentario sobre los aspectos que muestra conocer el alumno o la alumna y dar consejos concretos acerca de qué mejorar. A partir del análisis, podemos ofrecer una retroalimentación concreta que huya de comentarios generales y expliquemos qué parte de la respuesta o trabajo se considera un logro y por qué: “Has comunicado las ideas con un tono de voz adecuado”; “el texto está organizado de lo particular a lo general, etc. Además, se pueden indicar aspectos concretos para mejorar: “Añade detalles a la descripción”, “revisa los tiempos del pasado en la narración”, etc. El *feedback* o retroalimentación que el alumnado recibe en su proceso de aprendizaje es uno de los elementos que la investigación ha mostrado como más eficaces para favorecerlo.

- Toma de decisiones. En este paso, son muchas las estrategias que se pueden emplear, como dejar tiempo para rehacer y volver a presentar la tarea con el *feedback* que se le ha proporcionado; decidir diversificar tareas para adecuarlas a lo que necesita cada alumno y cada alumna; reorganizar el aula para atender las necesidades de cada uno (se pueden hacer parejas o grupos de ayuda simultáneos a un trabajo personal o a una explicación del docente o de la docente a un pequeño grupo).



En cualquier caso, el equipo docente determinará qué evaluar- los productos e instrumentos-, cómo evaluar -las técnicas- y con qué evaluar- las herramientas- según la naturaleza de la competencia específica y atendiendo a los componentes cognitivos, procedimentales y actitudinales y al aprendizaje de los saberes básicos.

Producto es todo aquello que el alumnado realiza a lo largo del proceso de aprendizaje. Tiene un carácter competencial y funcional porque hacen observable lo aprendido. Instrumento es aquel producto que se selecciona para hacer evidente la adquisición de los aprendizajes descritos en los criterios de evaluación y de sus respectivas competencias. En la materia de Laboratorio de refuerzo de competencias clave (CL y STEM) son múltiples los productos que se pueden realizar y convertir en instrumentos de evaluación. Alguno de los productos e instrumentos que pueden tener cabida en esta asignatura tendrán un carácter fundamentalmente oral, otros escritos y muchos de ellos se podrán considerar multimodales. Además, todos ellos se podrán servir de las tecnologías de la información y comunicación. Estos son solo algunos ejemplos: cartas, avisos, panfletos, folletos, instrucciones, narraciones breves (cuentos, relatos, microrrelatos, ...), informes, noticias, anuncios, artículos, esquemas, críticas, poemas, guiones, cuestionarios, pruebas escritas, ponencias, debates, obras de teatro, informes orales, dramatizaciones, exposiciones o presentación de productos, entrevistas, pruebas orales, entradas en un blog o creación de uno, formularios, contenidos creados con App, cómics, vídeos, documentales, tutoriales, periódicos digitales, programas de radio, gráficos, líneas de tiempo, croquis, collage, planes de viaje, infografías, etc.

En cuanto a las técnicas, es decir, las estrategias para recoger información sobre el objeto de la evaluación, pueden ser la observación sistemática, la indagación o el análisis de documentos y productos, entre otros. Asimismo, aunque no haya una correlación inequívoca entre las técnicas utilizadas y las herramientas, es decir, los soportes físicos de los que se vale el profesorado para recoger, registrar y analizar las evidencias de aprendizaje y que facilitan el tratamiento objetivo de los datos, sí que algunas pueden ser más adecuadas que otras. Por ejemplo, el registro anecdótico o descriptivo, las escalas de valoración, las listas de control, el diario de clase del profesorado o las rúbricas son herramientas útiles para la observación sistemática, como las entrevistas, los cuestionarios o los formularios los son para la indagación y las listas de cotejo y escalas de valoración para el análisis de documentos y productos.

Por otro lado, si nos fijamos en quién es el responsable de la evaluación veremos que tradicionalmente era realizada por el docente o la docente. Sin embargo, aunque esta es importante, ni es ni puede ser la única. Es más, si la evaluación es parte de un proceso de desarrollo de competencias, la autoevaluación y la coevaluación son fundamentales para que el alumnado tome conciencia de su punto de partida, del resultado de sus esfuerzos y de su evolución a lo largo del tiempo.

La autoevaluación es el proceso que realiza el propio alumno o la propia alumna de su proceso de aprendizaje y de los resultados obtenidos. Sirve para desarrollar la reflexión individual y la capacidad del alumnado para identificar y valorar sus logros, fortalezas y limitaciones, funcionando asimismo como factor motivador del aprendizaje. Se puede enseñar al alumnado a autoevaluarse basándose en criterios claros y capacitándoles para que se conviertan en aprendices que se autorregulan capaces de controlar, regular y guiar su propio aprendizaje. La rúbrica puede ser una buena herramienta, pues permite a la estudiante o al estudiante ser consciente desde el inicio de cuáles son los criterios de evaluación y los objetivos de aprendizaje, se puede emplear al inicio, durante el proceso y al final del aprendizaje y hace hincapié en la autonomía del estudiante y de la estudiante y en la competencia personal, social y de aprender a aprender.

La coevaluación es el proceso de evaluación por el cual son los compañeros y las compañeras de clase quienes se evalúan entre sí. Quizás, antes de realizar una coevaluación sea necesario cierto trabajo previo como la explicación del sentido y el objetivo de la misma, el desarrollo de inteligencia interpersonal y el manejo adecuado de los procedimientos de evaluación y de estrategias de retroalimentación.

V. Referencias

Anghileri, J. (2006). *Teaching number sense* (2nd ed). Continuum.

Bargagliotti, A., Franklin, C., Arnold, P., Johnson, S., Perez, L. y Spangler, D. A. (2020). *Pre-K-12 guidelines for assessment and instruction in statistics education II (GAISE II)* (2nd edition). American Statistical Association.



- Bishop, A. (1998). El papel de los juegos en educación matemática. *Uno*, 18, 9-19.
- Borrell, F., Pol, A. y Sagner, E. (1998). Estadística y probabilidad. En C. Azcárate y J. Deulofeu: *Matemáticas ESO, Guías Praxis para el profesorado*. Praxis.
- Beltrán-Pellicer, P. (2020). Las medidas de dispersión con pinceladas de didáctica. En J. Garrido-Bautista y V.G. Tagua: *I Congreso Virtual de Divulgación de Hilos de Twitter: Desgranando Ciencia 6*. Asociación Hablando de Ciencia.
- Beltrán-Pellicer, P. (2022). El teorema de Pitágoras a través de la resolución de problemas. *La Gaceta de la RSME*, 25(1), 149-169.
- Beltrán-Pellicer, P. y Giacomone, B. (2021). Una propuesta didáctica de probabilidad para el comienzo de la secundaria. *Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, 23(4), 246-272.
- Chamorro, C. y Belmonte, J. M. (1991). *El problema de la medida*. Síntesis.
- Escolano, R. (2007). *Enseñanza del número racional positivo en Educación Primaria: Un estudio desde los modelos de medida y cociente*. Tesis doctoral. Universidad de Zaragoza.
- Gairín, J. M. (1990). Efectos de la utilización de juegos educativos en la enseñanza de las matemáticas. *Educar*, 17, 105-118.
- Gairín, J. M. y Sancho, J. (2002). *Números y algoritmos*. Síntesis.
- Godino, J. D. (Coord.) (2003). *Proyecto Edumat-Maestros: Matemáticas y su Didáctica para Maestros*. Universidad de Granada. Disponible en <https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/>
- Godino, J. D., Batanero, C. y Cañizares, M. J. (1987). *Azar y probabilidad*. Síntesis.
- Liljedahl, P. (2021). *Building Thinking Classrooms*. Corwin.
- Malloy, C. E. (1999). Perimeter and area through the van Hiele model. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 5(2), 87-90.
- Martínez-Juste, S. (2022). *Diseño, implementación y análisis de una propuesta didáctica para la proporcionalidad en el primer ciclo de Secundaria*. Tesis doctoral. Universidad de Valladolid.
- NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Autor.
- Segovia, I., Castro, E., Castro, E. y Rico, L. (1989). *Estimación en cálculo y medida*. Síntesis.
- Sowder, J. T. (1992). Making Sense of Numbers in School Mathematics. En G. Leinhardt, R. Putman y Hattrup, R. A., *Analysis of Arithmetic for Mathematics Teaching* (pp. 1–51). Lawrence Erlbaum Associates.