

<p>PROCEDIMIENTO SELECTIVO DE INGRESO Y ACCESO A LOS CUERPOS DE PROFESORES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA, PROFESORES DE ESCUELAS OFICIALES DE IDIOMAS, PROFESORES DE ARTES PLÁSTICAS Y DISEÑO Y PROFESORES ESPECIALISTAS EN SECTORES SINGULARES DE FORMACIÓN PROFESIONAL, ASÍ COMO PROCEDIMIENTO PARA LA ADQUISICIÓN DE NUEVAS ESPECIALIDADES.</p> <p style="text-align: center;">ORDEN ECD/137/2025 (BOA 11/02/205)</p>	 <p><b>GOBIERNO DE ARAGON</b> Departamento de Educación, Cultura y Deporte</p>
<p>ESPECIALIDAD: FÍSICA Y QUÍMICA</p>	
<p>PRIMERA PRUEBA. PARTE A: PRÁCTICA.</p>	
<p style="text-align: center;"><b>PROPUESTAS A Y B</b></p>	

1. La puntuación máxima de cada ejercicio es de 10 puntos y sólo se podrán alcanzar cuando la solución sea correcta y el resultado esté convenientemente razonado.
2. Se exigirá que los resultados de los distintos ejercicios sean obtenidos paso a paso y que estén debidamente razonados.
3. Los resultados sin unidades se penalizarán con 0,5 puntos en cada ejercicio.
4. Se valorará la presentación del ejercicio. Por errores ortográficos y redacción defectuosa se podrá bajar la calificación final de la prueba hasta en 1 punto.

## PROPUESTA A

### Ejercicio A.1 (10 puntos)

A 400 K se introducen en un recipiente monóxido de carbono e hidrógeno en proporciones estequiométricas respecto a la reacción  $CO(g) + 2 H_2(g) \rightleftharpoons CH_3OH(g)$ .

Cuando se alcanza el equilibrio indicado, la presión total es 1 atm y la mezcla gaseosa contiene un 20% en volumen de metanol. Calcule:

- Las fracciones molares de todos los gases en el equilibrio.
- El porcentaje en masa de cada componente en el equilibrio.
- Las constantes  $K_p$  y  $K_c$  a 400 K.
- Indique si a 500 K se favorecerá la obtención de metanol. Justifíquelo cualitativa y cuantitativamente (calculando  $K_p$  a 500 K).

Datos. Masas atómicas: C = 12,0; H = 1,0; O = 16,0.

$\Delta H_f^\circ$  (kJ mol<sup>-1</sup>): CO(g) = -100,5; CH<sub>3</sub>OH(g) = -200,7

R = 8,31 J mol<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup>

	Puntuación máxima
Planteamiento correcto del equilibrio	1 p
Cálculo de las fracciones molares	2 p
Cálculo del porcentaje en masa	3 p
Cálculo de $K_p$ y $K_c$	1 p
Justificación cuantitativa evolución a 500 K	2 p
Justificación cualitativa evolución a 500K	1 p

### Ejercicio A.2 (10 puntos)

Una pila alcalina definida por la ecuación

**cinc + óxido de manganeso (IV) → óxido de cinc + óxido de manganeso (III)**

desarrolla una intensidad de 2,5 A durante 8 minutos.

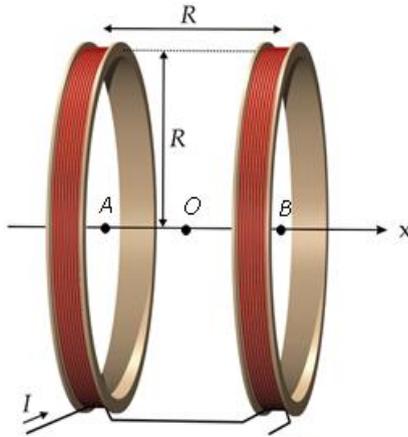
- Escriba las semirreacciones ajustadas y la reacción molecular. Indique cuáles son los electrodos y el signo de estos.
- Calcule los gramos de Zn puestos en juego.
- Calcule el tiempo que durará la pila con una corriente de 2,5 A si presenta 18 g de Zn y deja de funcionar cuando se haya consumido el 20 % del mismo.

Datos: masa atómica Zn = 65,38; F = 96500 C/mol

	Puntuación máxima
Semirreacciones y reacción ajustada	2 p
Electrodos y signo	1 p
Gramos de Zn	3 p
Cálculo del tiempo	4 p

### Ejercicio A.3 (10 puntos)

Una bobina de Helmholtz consiste en dos bobinas magnéticas circulares idénticas, que se ubican de manera simétrica a lo largo de un eje común, una a cada lado de un área experimental, y separadas por una distancia  $h$  igual al radio  $R$  de la bobina. Cada bobina transporta una cantidad igual de corriente eléctrica en la misma dirección.



- a) Si cada una de las dos bobinas tiene una cantidad de espiras igual a  $N$ , demuestre que el campo magnético  $B$  en el punto central  $O$  es dado por:

$$B = \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2} \frac{\mu_0 N I}{R}$$

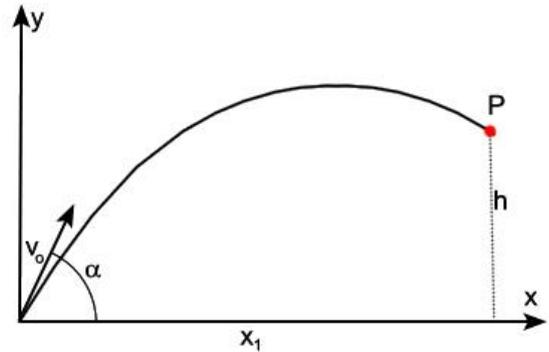
- b) Calcule la razón entre el campo magnético en el punto central  $O$  y su valor en el centro de una de las bobinas (punto  $A$  o  $B$ ).
- c) Diseñe una actividad práctica para alumnado de 2ºBTO donde utilizan bobinas Helmholtz para determinar el valor del campo magnético de la Tierra (en España su valor es alrededor de  $40 \mu T$ .)  
Dato:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} N A^{-2}$ .

	Puntuación máxima
<b>Campo magnético de una espira</b>	<b>3 p</b>
<b>Campo magnético en el punto O</b>	<b>1,5 p</b>
<b>Campo magnético en el punto A o B</b>	<b>1,5 p</b>
<b>Razón entre puntos O y A/B</b>	<b>1 p</b>
<b>Diseño actividad</b>	<b>3 p</b>

## Ejercicio A.4 (10 puntos)

Se lanza una partícula con una velocidad  $v_0$  y ángulo de inclinación  $\alpha$  para que pase por el punto  $P(x_1, h)$ . Suponemos que  $g = 9,8 \frac{N}{kg}$ .

- Calcule los ángulos  $\alpha$  de lanzamiento para  $x_1 = 4,00 \text{ m}$ ,  $h = 0,80 \text{ m}$  y  $v_0 = 7,0 \text{ m/s}$ .
- Calcule la velocidad crítica por debajo de la cual no se puede alcanzar el punto  $P$ .
- Determine y represente gráficamente la función  $y = f(x)$  de los puntos  $P(x, y)$  críticos que pueden ser alcanzados con un lanzamiento con velocidad  $v_0$ . La curva que corresponde a dicha función se denomina parábola de seguridad. Represente la curva de seguridad para  $v_0 = 7,0 \text{ m/s}$ .



	Puntuación máxima
Planteamiento de ecuaciones del tiro parabólico	1 p
Ángulos $\alpha$	2,5 p
Velocidad crítica	2,5 p
Función de puntos críticos, expresión general	1 p
Función de puntos críticos, expresión para $v_0=7,0 \text{ m/s}$	1 p
Función de puntos críticos, gráfica para $v_0=7,0 \text{ m/s}$	2 p

## PROPUESTA B

### Ejercicio B.1 (10 puntos)

Determine los gramos de sulfato de hierro (II) heptahidratado en un sólido impuro de 28,3 gramos. Para ello, se han disuelto 0,822 gramos de la muestra en medio ácido y se tratan con 25,00 mL de una disolución de permanganato de potasio 0,020 M. Tras la reacción se toma una alícuota de 10 mL de la disolución que contiene exceso de permanganato y se diluye añadiendo 20 mL de agua pura. El permanganato de la disolución diluida se valora, también en medio ácido, con 17,40 mL de una disolución de oxalato de sodio 0,010 M.

Masas atómicas: Fe = 55,8; S = 32,1; O = 16,0; H = 1,0.

	Puntuación máxima
Ajuste de las dos reacciones redox	4 p
Cálculo de los moles de Fe <sup>2+</sup> que reaccionan	3 p
Cálculo de los gramos de sulfato de hierro (II)	3 p

### Ejercicio B.2 (10 puntos)

Una mezcla gaseosa de propano y butano contiene el 80% en moles de propano.

- Calcule la masa de dióxido de carbono gas que se obtiene y el calor que se desprende en la combustión completa de 23,4 g de dicha mezcla, a presión estándar y 298 K.
- Dicho calor se emplea para calentar y evaporar agua. Se dispone de 1,0 L de agua a 20 °C en un vaso de poliestireno abierto, la temperatura se eleva a 100 °C y el agua comienza a hervir. ¿Qué masa de agua se evaporará?

Datos:

Masas atómicas: C = 12,0; H = 1,0; O = 16,0.

$\Delta H_f^\circ$  (kJ mol<sup>-1</sup>): Propano(g) = -103,8; Butano(g) = -125,6; agua(l) = -286;  
Dióxido de carbono (g) = -393,5.

$\Delta H^\circ_{\text{vap}}$ (agua a 100°C) = 40,7 kJ mol<sup>-1</sup>

Calor específico del agua = 4,18 J g<sup>-1</sup> °C<sup>-1</sup>

Densidad del agua líquida a 20 °C = 1 g mL<sup>-1</sup>

	Puntuación máxima
Ajuste reacciones y cálculo de entalpías de combustión	4 p
Cálculo de moles iniciales de propano y butano	1 p
Cálculo de la masa de dióxido de carbono y el calor desprendido	2 p
Masa de agua evaporada	3 p

### Ejercicio B.3 (10 puntos)

Suponemos que la temperatura de la atmósfera disminuye linealmente con  $6,5^{\circ}\text{C}/\text{km}$  desde  $15^{\circ}\text{C}$  a nivel de mar hasta una altura de 11 km y luego permanece constante hasta 20 km de altura. Para la presión a nivel de mar tomamos  $p_0 = 100 \text{ kPa}$ .

- Represente las variaciones de presión con la altura desde 0 a 20 km. (Se puede despreciar la variación del valor de  $g$  en este intervalo de alturas.)
- El barómetro de un avión mide 50 kPa. ¿A qué altura vuela?
- Estime la masa total de la atmósfera. ¿A qué altura se tiene ya la mitad de esa masa?

Datos:  $g_0 = 9,80 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ ,  $R_T = 6370 \text{ km}$ ,  $R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$ ,  $M_m(\text{aire}) = 28,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

	Puntuación máxima
Planteamiento del problema	2 p
Resolución para alturas hasta 11 km	2 p
Resolución para alturas entre 11 y 20 km	2 p
Resolución altura avión	2 p
Masa atmosfera y altura mitad de masa	2 p

### Ejercicio B.4 (10 puntos)

Cuando una carga  $q$  se mueve sobre la mediatriz de un segmento definido por dos cargas iguales  $Q$ , la fuerza a la que está sometida depende de la distancia al punto medio del segmento así definido.

- Calcule la distancia que hace máxima esa fuerza y el valor de dicha fuerza.
- Calcule el trabajo electrostático sobre la carga  $q$  al moverla desde el punto de máxima fuerza sobre la mediatriz hasta el punto medio del segmento. Interpreta el signo de este trabajo.

	Puntuación máxima
Distancia de máxima fuerza	4 p
Valor de máxima fuerza	2 p
Trabajo electrostático	3 p
Interpretación del signo	1 p

## PROPUESTA A

### Ejercicio A.1 (10 puntos).

A 400 K se introducen en un recipiente monóxido de carbono e hidrógeno en proporciones estequiométricas respecto a la reacción  $\text{CO(g)} + 2 \text{H}_2\text{(g)} \rightleftharpoons \text{CH}_3\text{OH(g)}$ . Cuando se alcanza el equilibrio indicado, la presión total es 1 atm y la mezcla gaseosa contiene un 20% en volumen de metanol. Calcule:

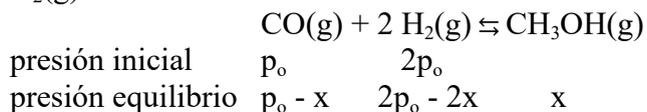
- Las fracciones molares de todos los gases en el equilibrio.
- El porcentaje en masa de cada componente en el equilibrio.
- Las constantes  $K_p$  y  $K_c$  a 400 K.
- Indique si a 500 K se favorecerá la obtención de metanol. Justifíquelo cualitativa y cuantitativamente (calculando  $K_p$  a 500 K).

Datos. Masas atómicas: C = 12,0; H = 1,0; O = 16,0

$\Delta H_f^\circ$  (KJ mol<sup>-1</sup>): CO(g) = -100,5; CH<sub>3</sub>OH(g) = -200,7

#### Solución

a) Hay que plantear el equilibrio en función de las presiones parciales. Al introducir los gases en proporciones estequiométricas, consideramos que tenemos de  $p_0$  CO(g) y  $2p_0$  H<sub>2</sub>(g)



En el equilibrio hay un 20% en volumen de metanol, lo que equivale a decir que la fracción molar del metanol es  $\chi_{\text{CH}_3\text{OH}} = 0,2$

Al saber la presión total en el equilibrio, se puede calcular la presión parcial del metanol, por lo que tendríamos el valor de x.

$$p_{\text{CH}_3\text{OH}} = \chi_{\text{CH}_3\text{OH}} p_t = 0,2 \cdot 1 = 0,2 \text{ atm} \Rightarrow x = 0,2 \text{ atm}$$

Sumamos las presiones parciales en el equilibrio y las igualamos a 1, que es la presión total.

$$p_0 - x + 2p_0 - 2x + x = 3p_0 - 2x = 1$$

Como  $x = 0,2$  obtenemos que  $p_0 = 1,4/3 = 0,467 \text{ atm}$

Ahora calculamos el resto de presiones parciales, que al ser 1 la presión total, van a coincidir en valor con la fracción molar.

$$p_{\text{CO}} = p_0 - x = 0,467 - 0,2 = 0,267 \text{ atm} \Rightarrow \chi_{\text{CO}} = 0,267$$

$$p_{\text{H}_2} = 2p_0 - 2x = 2 \cdot 0,467 - 2 \cdot 0,2 = 0,533 \text{ atm} \Rightarrow \chi_{\text{H}_2} = 0,533$$

b) A partir de la fracción molar se pueden sacar los moles de cada gas en función de los moles totales ( $n_T$ ) y a partir de allí, multiplicando por la masa molar de cada gas, los gramos de cada uno (en función de  $n_T$ )

$$\text{MmCH}_3\text{OH} = 32 \text{ g/mol} \quad \text{MmCO} = 28 \text{ g/mol} \quad \text{Mm H}_2 = 2 \text{ g/mol}$$

$$\chi_{\text{CH}_3\text{OH}} = \frac{\text{moles CH}_3\text{OH}}{\text{moles totales}} \Rightarrow \text{moles CH}_3\text{OH} = \chi_{\text{CH}_3\text{OH}} n_T = 0,2n_T$$

$$\text{gramos} = \text{mol} \cdot \text{Mn} \Rightarrow 0,2n_T \cdot 32 = 6,4 n_T \text{ g de CH}_3\text{OH}$$

Siguiendo el mismo procedimiento

$$\text{moles CO} = \chi_{\text{CH}_3\text{OH}} n_T = 0,267 n_T \Rightarrow 0,267 n_T \cdot 28 = 7,476 n_T \text{ g de CO}$$

$$\text{moles H}_2 = \chi_{\text{H}_2} n_T = 0,533 n_T \Rightarrow 0,533 n_T \cdot 2 = 1,066 n_T \text{ g de H}_2$$

Sumando todos los gramos obtenemos una masa total de 14,942 n<sub>T</sub> g

$$\%_{\text{CH}_3\text{OH}} = \frac{\text{masa CH}_3\text{OH}}{\text{masa total}} 100 = \frac{6,4 n_T}{14,942 n_T} 100 = \mathbf{42,83 \% \text{ de CH}_3\text{OH}}$$

$$\%_{\text{CO}} = \frac{\text{masa CO}}{\text{masa total}} 100 = \frac{7,476 n_T}{14,942 n_T} 100 = \mathbf{50,03 \% \text{ de CO}}$$

$$\%_{\text{H}_2} = \frac{\text{masa H}_2}{\text{masa total}} 100 = \frac{1,066 n_T}{14,942 n_T} 100 = \mathbf{7,13 \% \text{ de H}_2}$$

c) Cálculo de K<sub>p</sub> y K<sub>c</sub>

$$K_p = \frac{p_{\text{CH}_3\text{OH}}}{p_{\text{CO}}(p_{\text{H}_2})^2} = \mathbf{2,637 \text{ atm}^{-2}}$$

$$K_c = K_p (RT)^{-\Delta n} = 2,637 (0,082 \cdot 400)^2 = \mathbf{2836,99 \text{ L}^2 \text{ mol}^{-2}}$$

$$\Delta n = 1 - 1 - 2 = -2$$

d) Cualitativamente:

Según el principio de LeChâtelier, si en un equilibrio se aumenta la temperatura, este evoluciona de modo que se oponga a dicha acción, es decir, en sentido endotérmico (a la izquierda). Un aumento de temperatura no favorece la obtención de metanol

Cuantitativamente:

Para calcular la K<sub>p2</sub> a 500 K se usa la ecuación de Van't Hoff :

$$\ln \frac{K_{p2}}{K_{p1}} = \frac{\Delta H^\circ}{R} \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)$$

$$\Delta H^\circ = \sum n_p \Delta H_{f,p}^\circ - \sum n_R \Delta H_{f,R}^\circ = -200,7 - (-100,5 - 0) = -100,2 \text{ KJ/mol} = -100200 \text{ J/mol}$$

$$\ln \frac{K_{p2}}{K_{p1}} = \frac{-100200}{8,31} \left( \frac{1}{400} - \frac{1}{500} \right) = -6,028$$

$$\frac{K_{p2}}{K_{p1}} = e^{-6,028} \Rightarrow K_{p2} = K_{p1} \cdot 2,41 \times 10^{-3} \Rightarrow K_{p2} = 6,35 \times 10^{-3}$$

K<sub>p</sub> disminuye, lo que corrobora la predicción según el principio de LeChâtelier.

## Ejercicio A.2 (10 puntos).

Una pila alcalina, definida por la ecuación: cinc + óxido de manganeso (IV) → óxido de cinc + óxido de manganeso (III), desarrolla una intensidad de 2,5 A durante 8 minutos.

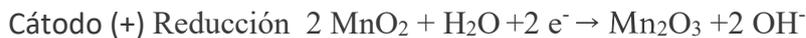
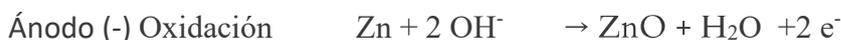
- Escriba las semirreacciones ajustadas y la reacción molecular. Indique cuáles son los electrodos y el signo de los mismos.
- Calcule los gramos de Zn puestos en juego.
- Calcule el tiempo que durará la pila con una corriente de 2,5 A si presenta 18 g de Zn y deja de funcionar cuando se ha consumido el 20 % del mismo

Datos. Masa atómica: Zn = 65,38

### Solución

a) Ajuste en medio básico

Semirreacciones



b) Datos:  $I = 2,5 \text{ A}$   $t = 8 \text{ min} = 8 \times 60 = 480 \text{ s}$   $F = 96500 \text{ C/mol}$

$Q = It = 2,5 \times 480 = 1200 \text{ C}$  Como un mol de  $\text{e}^-$  son 96500 C

$$\frac{1200 \text{ C}}{96500 \text{ C/mol}} = 0,0124 \text{ moles } \text{e}^-$$

Como en la reacción de oxidación se desprenden dos moles de  $\text{e}^-$  por cada mol de Zn, los moles de Zn puestos en juego son  $0,0124/2 = 0,0062$  moles de Zn

$$m_{\text{Zn}} = \text{mol} \times M_m = 0,0062 \times 65,38 = 0,405 \text{ g Zn}$$

c) Deja de funcionar cuando se han consumido  $18 \times \frac{20}{100} = 3,6 \text{ g}$  de Zn

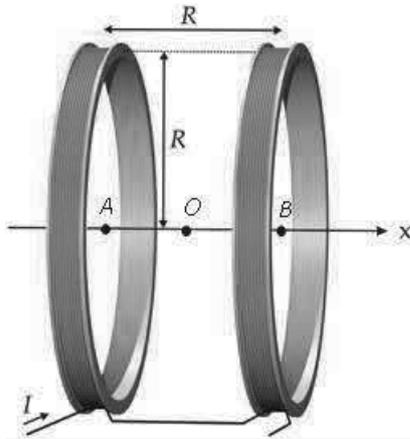
$$3,6 \text{ g Zn} \frac{8 \text{ min}}{0,405 \text{ g Zn}} = 71,11 \text{ min} = 1,185 \text{ h} = 4266 \text{ s}$$

Se puede hacer también por equivalentes



## Ejercicio A.3 (10 puntos).

Una bobina de Helmholtz consiste en dos bobinas magnéticas circulares idénticas, que se ubican de manera simétrica a lo largo de un eje común, una a cada lado de un área experimental, y separadas por una distancia  $h$  igual al radio  $R$  de la bobina. Cada bobina transporta una cantidad igual de corriente eléctrica en la misma dirección.



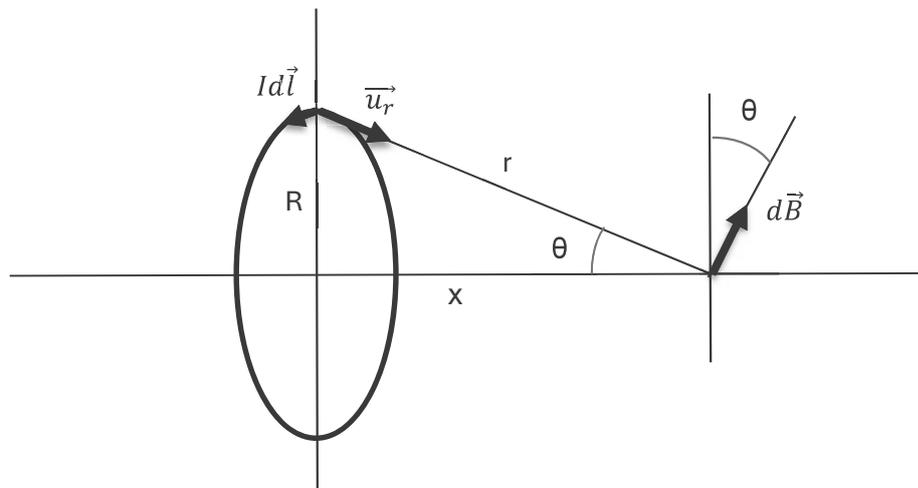
- a) Si cada una de las dos bobinas tiene una cantidad de espiras igual a  $N$ , demuestre que el campo magnético  $B$  en el punto central  $O$  es dado por:

$$B = \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2} \frac{\mu_0 N I}{R}$$

- b) Calcule la razón entre el campo magnético en el punto central  $O$  y su valor en el centro de una de las bobinas (punto  $A$  o  $B$ ).
- c) Diseñe una actividad práctica para alumnado de 2ºBTO donde tienen que utilizando bobinas Helmholtz para determinar el valor del campo magnético de la Tierra (en España su valor es alrededor de  $40 \mu\text{T}$ ). Dato:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{N A}^{-2}$

### Solución

- a) Empleando la ley de Biot-Savart a una espira, en un punto de su eje:



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I dl \times \vec{u}_r}{4\pi r^2} \Rightarrow dB_x = \frac{\mu_0 I dl}{4\pi r^2} \sin\theta$$

Empleamos las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} r \sin\theta &= R \\ r^2 &= x^2 + R^2 \end{aligned}$$

para llegar a:

$$dB_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IR dl}{(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

Integramos:

$$\begin{aligned} \int dB_x &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IR}{(x^2 + R^2)^{3/2}} \int dl \Rightarrow \\ B_x &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IR}{(x^2 + R^2)^{3/2}} 2\pi R = \frac{\mu_0}{2} \frac{IR^2}{(x^2 + R^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I}{2R \left(\frac{x^2}{R^2} + 1\right)^{3/2}} \end{aligned}$$

El campo magnético en el punto medio entre dos bobinas finas iguales de N espiras (punto O), ambas con corriente I en el mismo sentido, es la suma de las dos aportaciones:

$$\begin{aligned} B_x &= \frac{2\mu_0 NI}{2R \left(\left(\frac{R}{2}\right)^2 + 1\right)^{3/2}} = \frac{\mu_0 NI}{R \left(\frac{1}{4} + 1\right)^{3/2}} \Rightarrow \\ B_x &= \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2} \frac{\mu_0 NI}{R} \end{aligned}$$

b) En el punto A el campo es:

$$B_x = \frac{\mu_0 NI}{2R} + \frac{\mu_0 NI}{2R \left(\frac{(-R)^2}{R^2} + 1\right)^{3/2}} = \frac{\mu_0 NI}{2R} + \frac{\mu_0 NI}{2^{5/2} R} = \left(\frac{2^{3/2} + 1}{2^{5/2}}\right) \frac{\mu_0 NI}{R}$$

Por tanto, la razón entre  $B_x(O)$  y  $B_x(A)$  es:

$$\frac{B_x(O)}{B_x(A)} = \frac{\left(\frac{4}{5}\right)^{3/2}}{\left(\frac{2^{3/2} + 1}{2^{5/2}}\right)} = 1,057$$

El campo en el punto O es sólo unos 6% mayor que en el punto A o B.

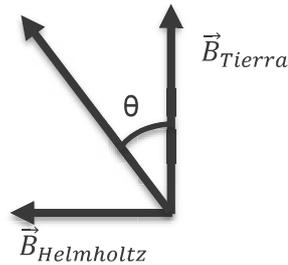
c) Utilizaríamos el montaje Helmholtz para albergar una brújula pequeña, por ejemplo, con un diámetro de 3-5 cm. Entonces, el radio R de las bobinas sería por ejemplo unos 5 cm. Con N = 10 espiras la corriente I que necesitaríamos emplear para igualar el campo magnético de la Tierra sería:

$$I = \left(\frac{5}{4}\right)^{3/2} \frac{B_x R}{\mu_0 N} \approx 0,2 \text{ A}$$

algo realizable en la práctica.

El método del experimento podría ser el siguiente:

- Alinear las bobinas y la brújula de tal manera que la dirección N-S del campo magnético de la Tierra es perpendicular al eje x de las bobinas Helmholtz.
- Aumentar la corriente I en pasos de 0,02 A hasta girar la brújula sobre un ángulo de aproximadamente 60°.
- Invertir la dirección de la corriente y hacer lo mismo en la otra dirección.
- Hacer una gráfica del tangente del ángulo contra intensidad de corriente.
- Al determinar la pendiente de la recta que surge se calcula la intensidad del campo magnético de la Tierra:



$$\tan \theta = \frac{B_{Helmholtz}}{B_{Tierra}} = \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2} \frac{\mu_0 N}{R B_{Tierra}} I \Rightarrow$$

La pendiente que determinamos es igual a

$$\left(\frac{4}{5}\right)^{3/2} \frac{\mu_0 N}{R B_{Tierra}}$$

Que con nuestras bobinas sería:

$$B_{Tierra} = \frac{1,80 \cdot 10^{-4}}{\text{pendiente}}$$



## Ejercicio A.4 (10 puntos)

Se lanza una partícula con una velocidad  $v_0$  y ángulo de inclinación  $\alpha$  para que pase por el punto  $P(x_1, h)$ . Suponemos que  $g = 9,8 \frac{N}{kg}$ .

a) Calcule los ángulos  $\alpha$  de lanzamiento para

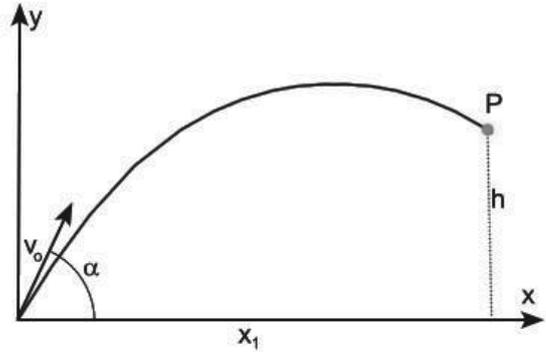
$$x_1 = 4,00 \text{ m}, h = 0,80 \text{ m} \text{ y } v_0 = 7,0 \text{ m/s.}$$

b) Calcule la velocidad crítica por debajo de la cual no se puede alcanzar el punto  $P$ .

c) Determine y represente gráficamente la función

$$y = f(x) \text{ de los puntos } P(x, y) \text{ críticos}$$

que pueden ser alcanzados con un lanzamiento con velocidad  $v_0$ . La curva que corresponde a dicha función se denomina parábola de seguridad. Represente la curva de seguridad para  $v_0 = 7,0 \text{ m/s}$ .



### Solución

$$a) \begin{cases} x_1 = v_0 \cos \alpha t \\ h = v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2} g t^2; t = \frac{x_1}{v_0 \cos \alpha}; h = v_0 \sin \alpha \frac{x_1}{v_0 \cos \alpha} - \frac{1}{2} g \frac{x_1^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha} \end{cases}$$

$$\text{siendo } \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha, \text{ se tiene } h = \tan \alpha x_1 - \frac{g x_1^2}{2 v_0^2} - \frac{g x_1^2}{2 v_0^2} \tan^2 \alpha; \tan^2 \alpha - \frac{2 v_0^2}{g x_1} \tan \alpha + 1 + \frac{2 v_0^2 h}{g x_1^2} = 0$$

$$; \quad \tan \alpha = \frac{v_0^2}{g x_1} \pm \sqrt{\frac{v_0^4}{g^2 x_1^2} - 1 - 2 \frac{v_0^2 h}{g x_1^2}}$$

$$\tan \alpha = 1,25 \pm \sqrt{6,25 \cdot 10^{-2}}; \tan \alpha_1 = 1,50; \tan \alpha_2 = 1,00; \alpha_1 = 56,3^\circ \text{ y } \alpha_2 = 45,0^\circ$$

a) Si el radicando de la ecuación anterior de  $\tan \alpha$  se hace menor que cero, no hay soluciones para  $\tan \alpha$ . El valor crítico de  $v_0$  se obtiene haciendo nulo el radicando.

$$\frac{v_0^4}{g^2 x_1^2} - 1 - 2 \frac{v_0^2 h}{g x_1^2} = 0; v_0^4 - 2 g h v_0^2 - g^2 x_1^2 = 0; v_0^2 = g h + \sqrt{g^2 h^2 + g^2 x_1^2} = g \left( h + \sqrt{h^2 + x_1^2} \right)$$

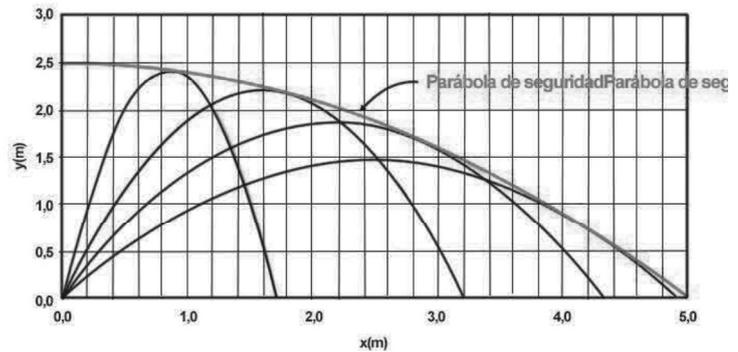
$$v_0 = \sqrt{g \left( h + \sqrt{h^2 + x_1^2} \right)} = \sqrt{9,8 \left( 0,80 + \sqrt{0,80^2 + 4,0^2} \right)} = 6,9 \text{ m/s}$$

c) Sustituyendo en la segunda ecuación del apartado anterior  $x_1$  por  $x$  y  $h$  por  $y$ , se tiene:

$$v_0^4 - 2 g y v_0^2 - g^2 x^2 = 0; y = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{g}{2v_0^2} x^2; \text{ siendo } \frac{v_0^2}{2g} = \frac{7,0^2}{2 \cdot 9,80} = 2,50 \text{ m y } \frac{g}{2v_0^2} = 0,10 \text{ m}^{-1}$$

$$y = 2,5 - 0,1 \cdot x^2$$

La curva *parábola de seguridad* es la que se muestra en la figura. Las parábolas de lanzamiento con velocidad inicial  $v_0=7,0$  m/s con diferentes ángulos iniciales  $\alpha$  están por debajo de la curva y son tangentes a la misma.



Otro procedimiento para determinar la *parábola de seguridad* es el siguiente.

Las ecuaciones de movimiento de la partícula son:

$$\begin{cases} x = v_0 \cos \alpha t \\ y = v_0 \operatorname{sen} \alpha t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

Despejando  $t$  en la primera ecuación y sustituyéndolo en la segunda, se tiene:

$$y = \operatorname{tg} \alpha x - \frac{1}{2} \frac{g}{v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2$$

Esta función puede ponerse en forma implícita

$$f(x, y, \alpha) = \operatorname{tg} \alpha x - \frac{1}{2} \frac{g}{v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 - y = 0$$

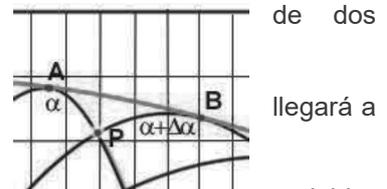
Teniendo en cuenta que

$$\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha$$

La función implícita anterior puede escribirse

$$f(x, y, \alpha) = \operatorname{tg} \alpha x - \frac{1}{2} \frac{g}{v_0^2} x^2 - \frac{1}{2} \frac{g}{v_0^2} \operatorname{tg}^2 \alpha x^2 - y = 0$$

En la figura adjunta se muestran fragmentos de las trayectorias de dos tiros parabólicos de ángulos iniciales de inclinación  $\alpha$  y  $\alpha + \Delta \alpha$ . Las trayectorias se cortan en el punto P. Si  $\Delta \alpha \rightarrow 0$ , el punto B se aproximará al A y el punto P de intersección de ambas parábolas se, en el límite, un punto de la parábola de seguridad.



La función  $f(x, y, \alpha)$  es continua y tiene derivada respecto de la  $\alpha$ . Consideremos únicamente la dependencia de  $f$  respecto de  $\alpha$ ,  $f(\alpha)$ . Si  $\Delta \alpha$  es pequeño se puede escribir:

$$f'(\alpha) \approx \frac{f(\alpha + \Delta \alpha) - f(\alpha)}{\Delta \alpha}$$

Si  $f(\alpha)=0$  y  $f(\alpha+\Delta\alpha)=0$ , se tendrá que  $f'(\alpha)=0$ .

La parábola de seguridad se obtiene eliminando el parámetro  $\alpha$  en el sistema siguiente de ecuaciones:

$$\begin{cases} f(x, y, \alpha) = 0 \\ \frac{df}{d\alpha} = 0 \end{cases}$$

$$f(x, y, \alpha) = \operatorname{tg} \alpha x - \frac{1}{2} \frac{g}{v_0^2} x^2 - \frac{1}{2} \frac{g}{v_0^2} \operatorname{tg}^2 \alpha x^2 - y = 0$$

$$\frac{df}{d\alpha} = \frac{x}{\cos^2 \alpha} - \frac{g x^2}{2 v_0^2} \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{\cos^2 \alpha} = 0; \operatorname{tg} \alpha = \frac{v_0^2}{g x};$$

$$\frac{v_0^2}{g x} x - \frac{1}{2} \frac{g}{v_0^2} x^2 - \frac{1}{2} \frac{g}{v_0^2} \frac{v_0^4}{g^2 x^2} x^2 - y = 0$$

$$y = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{g}{2v_0} x^2$$

Este procedimiento es más rápido que el anterior.



## PROPUESTA B

### Ejercicio B.1 (10 puntos).

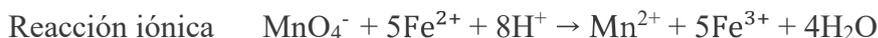
Determine los gramos de sulfato de hierro (II) heptahidratado en un sólido impuro de 28,3 gramos. Para ello, se han disuelto 0,822 gramos de la muestra en medio ácido y se tratan con 25,00 mL de una disolución de permanganato de potasio 0,020 M. Tras la reacción se toma una alícuota de 10 mL de la disolución que contiene exceso de permanganato y se diluye añadiendo 20 mL de agua pura. El permanganato de la disolución diluida se valora, también en medio ácido, con 17,40 mL de una disolución de oxalato de sodio 0,010 M.

Masas molares: Fe: 55,8 g/mol, S: 32,1 g/mol, O: 16,0 g/mol, H: 1,0 g/mol

#### Reacciones implicadas:

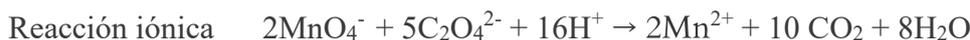
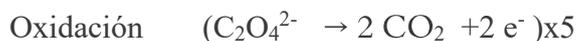
El  $\text{Fe}^{2+}$  se oxida a  $\text{Fe}^{3+}$  y el  $\text{MnO}_4^-$  se reduce a  $\text{Mn}^{2+}$ :

Semirreacciones iónicas



El oxalato  $\text{C}_2\text{O}_4^{2-}$  se oxida a  $\text{CO}_2$  y también reduce al  $\text{MnO}_4^-$  a  $\text{Mn}^{2+}$ :

Semirreacciones iónicas



**Masa molar del  $\text{FeSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$**

$$Mm(\text{FeSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}) = 277,9 \text{ g/mol}$$

#### Resolución

Los moles de ion oxalato ( $\text{C}_2\text{O}_4^{2-}$ ) utilizados para la valoración del ion permanganato ( $\text{MnO}_4^-$ ) son:

$$0,01740 \text{ L} \cdot \frac{0,010 \text{ mol}}{1\text{L}} = 1,74 \cdot 10^{-4} \text{ mol C}_2\text{O}_4^{2-}$$

Por la estequiometría de la reacción, los moles de ion permanganato consumidos por el ion oxalato en la alícuota diluida son:

$$\begin{aligned} 1,74 \cdot 10^{-4} \text{ mol C}_2\text{O}_4^{2-} \cdot \frac{2 \text{ mol MnO}_4^-}{5 \text{ mol C}_2\text{O}_4^{2-}} \\ = 6,96 \cdot 10^{-5} \text{ mol MnO}_4^- \text{ sobrantes en la alícuota } 1 \end{aligned}$$

Los moles sobrantes en la alícuota sin diluir son:

$$6,96 \cdot 10^{-5} \text{ mol MnO}_4^- \cdot \frac{25 \text{ mL}}{10 \text{ mL}} = 1,74 \cdot 10^{-4} \text{ mol MnO}_4^- \text{ sobrantes en la disolución}$$

Los moles que había de permanganato inicialmente son:

$$0,02500 \text{ L} \cdot \frac{0,0200}{1 \text{ L}} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ mol MnO}_4^- \text{ iniciales}$$

Los moles de permanganato que reaccionan con el ion hierro (II) son los moles totales menos los sobrantes tras la valoración:

mol  $\text{MnO}_4^-$  han reaccionado =  $5 \times 10^{-4}$  mol  $\text{MnO}_4^-$  iniciales -  $1,74 \times 10^{-4}$  mol  $\text{MnO}_4^-$  sobrantes =  $3,26 \times 10^{-4}$

Por estequiometría, los moles de hierro que han reaccionado son:

$$3,26 \cdot 10^{-4} \text{ mol MnO}_4^- \cdot \frac{5 \text{ mol Fe}^{2+}}{1 \text{ mol MnO}_4^-} = 1,63 \cdot 10^{-3} \text{ mol Fe}^{2+} \text{ reaccionan}$$

Por cada mol de  $\text{Fe}^{2+}$  que reacciona, hay un mol de  $\text{FeSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$  en la muestra. De este modo, hallamos la masa de  $\text{FeSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$  en la muestra de 0,882 gramos.

$$1,63 \cdot 10^{-3} \text{ mol Fe}^{2+} \cdot \frac{1 \text{ mol FeSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}}{1 \text{ mol Fe}^{2+}} \cdot \frac{277,9 \text{ g FeSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}}{1 \text{ mol FeSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}} = 0,453 \text{ g FeSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$$

Si la masa total del sólido impuro es de 28,3 gramos, hallamos la cantidad de  $\text{FeSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$ , sabiendo que en 0,882 gramos de sólido hay 0,453 g de  $\text{FeSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$ :

$$\frac{28,3 \text{ gramos totales} \cdot 0,453 \text{ g de FeSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}}{0,882 \text{ gramos totales}} = 15,6 \text{ g de FeSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$$

## Ejercicio B.2 (10 puntos).

Una mezcla gaseosa de propano y butano contiene el 80% en moles de propano.

a) Calcule la masa de dióxido de carbono gas que se obtiene y el calor que se desprende en la combustión completa de 23,4 g de dicha mezcla, a presión estándar y 298 K.

b) Dicho calor se emplea para calentar y evaporar agua. Se dispone de 1,0 L de agua a 20 °C en un vaso de poliestireno abierto, la temperatura se eleva a 100 °C y el agua comienza a hervir. ¿Qué masa de agua se evaporará?

Datos:

Datos. Masas atómicas: C = 12,0; H = 1,0;

$\Delta H^{\circ}_f$ (KJ mol<sup>-1</sup>): Propano(g)= -103,8; Butano(g)= -125,6; agua(l) = -286; Dióxido de carbono (g)= -393,5

$\Delta H^{\circ}_{vap}$ (agua a 100°C) = 40,7 KJ mol<sup>-1</sup>

Calor específico del agua = 4,18 J g<sup>-1</sup> °C<sup>-1</sup>

Densidad del agua líquida a 20 °C = 1 g mL<sup>-1</sup>

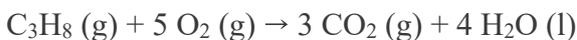
**Solución**

M(C<sub>3</sub>H<sub>8</sub>) = 44 g/mol; M(C<sub>4</sub>H<sub>10</sub>) = 58 g/mol

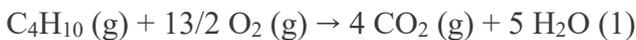
Sean x los moles totales de mezcla.

0.8x. 44 + 0.2x. 58 = 23.4; x = 0.5 mol totales de mezcla; **0.4 mol son C<sub>3</sub>H<sub>8</sub> y 0.1 mol son C<sub>4</sub>H<sub>10</sub>**

La clave está en separar las reacciones de combustión, no escribirlas juntas



Aplicando la Ley Hess;  $\Delta H_{\text{comb}} = -2220.7 \text{ kJ/mol}$



Aplicando la Ley Hess;  $\Delta H_{\text{comb}} = -2878.4 \text{ kJ/mol}$

**La cantidad de CO<sub>2</sub> obtenida:** 0.4 x 3 = 1.2 mol de C<sub>3</sub>H<sub>8</sub>; 0.1 x 4 = 0.4 mol de C<sub>4</sub>H<sub>10</sub>

**En total:** 1.2 + 0.4 = 1.6 mol CO<sub>2</sub> . 1.6 x 44 = **70.4 g CO<sub>2</sub>**

Calor obtenido: 0.4 x 2220.7 = 888.28 kJ de C<sub>3</sub>H<sub>8</sub>; 0.1 x 2878.4 = 287.84 kJ de C<sub>4</sub>H<sub>10</sub>

**Total = 1176.12 kJ**

Calor para calentar el agua de 20 a 100°C.  $\Delta H_1 = m \cdot c \cdot \Delta T = 1000 \times 4,18 \cdot 10^{-3} \times (100-20) = 334,40 \text{ kJ}$ .

1176.12-334.40 = 841.72 kJ/mol quedan para evaporar el agua. 841.72/40,7 = 20,68 mol H<sub>2</sub>O se pueden evaporar. 20,68 × 18 = **372,25 g de H<sub>2</sub>O se evaporarán**



## Ejercicio B.3 (10 puntos).

Suponemos que la temperatura de la atmósfera disminuye linealmente con  $6,5^\circ\text{C}/\text{km}$  desde  $15^\circ\text{C}$  a nivel de mar hasta una altura de 11 km y luego permanece constante hasta 20 km de altura.

Para la presión a nivel de mar tomamos  $p_0 = 100 \text{ kPa}$ .

- Represente las variaciones de presión con la altura desde 0 a 20 km. (Se puede despreciar la variación del valor de  $g$  en este intervalo de alturas.)
- El barómetro de un avión mide 50 kPa. ¿A qué altura vuela?
- Estime la masa total de la atmósfera. ¿A qué altura se tiene ya la mitad de esa masa?

Datos:  $g_0 = 9,80 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ ,  $R_T = 6370 \text{ km}$ ,  $R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$ ,  $M_m(\text{aire}) = 28,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

- a) La distribución de temperaturas que se da es:

$$T(z) = \begin{cases} 288 - 6,5 \cdot 10^{-3} z & 0 \leq z \leq 11000 \\ 216,5 & 11000 \leq z \leq 20000 \end{cases}$$

Donde  $T$  va expresada en K y  $z$  en m.

Para representar las variaciones de presión con la altura se supondrá la atmósfera en equilibrio mecánico, aunque no térmico. Tomando un elemento diferencial que sea un pequeño cubo en una altura  $z$ , se verificará debido al equilibrio mecánico:

$$dp = -\rho g dz$$

Donde  $\rho$  es la densidad del elemento de aire en altura  $z$ .

Consideramos comportamiento como gas ideal:

$$pV = nRT \Rightarrow p = \frac{m}{V} \frac{RT}{M_a} = \rho R_a T$$

Donde  $R_a = \frac{R}{M_a}$  es la razón entre constante de gases y masa molar del aire.

Combinando las dos ecuaciones:

$$\frac{dp}{p} = -\frac{g}{R_a T(z)} dz$$

Donde  $T(z)$  es la distribución de temperaturas dada anteriormente.

En el intervalo  $0 \leq z \leq 11000$  la temperatura es  $T(z) = 288 - 6,5 \cdot 10^{-3} z$ , por tanto, la ecuación diferencial queda:

$$\frac{dp}{p} = -\frac{g}{R_a (288 - 6,5 \cdot 10^{-3} z)} dz$$

Integrando:

$$\ln \frac{p}{p_0} = \frac{g}{R_a \cdot 6,5 \cdot 10^{-3}} \ln \left( \frac{288 - 6,5 \cdot 10^{-3} z}{288} \right) \Rightarrow$$

$$\ln \frac{p}{p_0} = \frac{g \cdot 10^3}{R_a \cdot 6,5} \ln \left( 1 - \frac{6,5 \cdot 10^{-3} z}{288} \right) \Rightarrow$$

$$p(z) = p_0 \left( 1 - \frac{6,5 \cdot 10^{-3} z}{288} \right)^{\frac{g \cdot 10^3}{6,5 \cdot R_a}}$$

Con los valores conocidos sustituidos (¡ojo!  $M_m(\text{aire}) = 28,8 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$ )

$$p(z) = 100 \left( 1 - \frac{6,5 \cdot 10^{-3} z}{288} \right)^{5,225}$$

expresando p en kPa.

A los 11 km de altura:

$$p(11000) = 0,225p_0 = 22,5 \text{ kPa}$$

En el intervalo  $11000 \leq z \leq 20000$  la temperatura es  $T(z) = 216,5$ , por tanto, la ecuación diferencial queda:

$$\frac{dp}{p} = -\frac{g}{R_a} \frac{dz}{216,5}$$

Integrando:

$$\ln \frac{p}{p_{11000}} = -\frac{g(z-11000)}{216,5 \cdot R_a} \Rightarrow$$

$$p(z) = p_{11000} e^{\left(\frac{-g(z-11000)}{216,5 \cdot R_a}\right)} = 0,225p_0 e^{\left(\frac{-g(z-11000)}{216,5 \cdot R_a}\right)}$$

Con los valores conocidos sustituidos:

$$p(z) = 22,5 e^{-1,57 \cdot 10^{-4}(z-11000)}$$

A los 20 km de altura:

$$p(20000) = 0,055p_0 = 5,5 \text{ kPa}$$

- b) La presión medida por el avión queda por encima de  $p(11000)$ , por tanto, debe volar a una altura menor que 11 km.

$$50 \text{ kPa} = 0,5p_0 \Rightarrow$$

$$0,5p_0 = p_0 \left( 1 - \frac{6,5 \cdot 10^{-3} z}{288} \right)^{\frac{g \cdot 10^3}{6,5 \cdot R_a}} \Rightarrow$$

$$0,5 \frac{6,5 \cdot R_a}{g \cdot 10^3} = 1 - \frac{6,5 \cdot 10^{-3} z}{288} \Rightarrow$$

$$z = \frac{288}{6,5 \cdot 10^{-3}} \left( 1 - 0,5 \frac{6,5 \cdot R_a}{g \cdot 10^3} \right) \Rightarrow$$

$$z = \frac{288}{6,5 \cdot 10^{-3}} (1 - 0,5^{0,191}) = 5,5 \cdot 10^3 \text{ m}$$

- c) La presión se define como

$$p = \frac{F}{A}$$

La fuerza es debida a la masa de la atmósfera, luego la superficie de la Tierra:

$$p_0 = \frac{mg}{A_T} = \frac{mg}{4\pi R_T^2}$$

Por tanto:

$$m = \frac{p_0 4\pi R_T^2}{g} = \frac{10^5 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 6370000^2}{9,8} \simeq 5 \cdot 10^{18} \text{ kg}$$

Si a 5,5 km de altura se alcanza la mitad de la presión, también se alcanza la mitad de la masa.

Demostración:

$$m(z) = \frac{p(z)A(z)}{g}$$

Donde

$$A(z) = 4\pi(R_T + z)^2 = 4\pi R_T^2 \left(1 + \frac{z}{R_T}\right)^2$$

Así pues:

$$m(z) = \frac{p_0 4\pi R_T^2}{g} \left(1 - \frac{6,5 \cdot 10^{-3} z}{288}\right)^{\frac{g \cdot 10^3}{6,5 \cdot R_a}} \left(1 + \frac{z}{R_T}\right)^2 \Rightarrow$$

$$m(z) = m_t \left(1 - \frac{6,5 \cdot 10^{-3} z}{288}\right)^{\frac{g \cdot 10^3}{6,5 \cdot R_a}} \left(1 + \frac{z}{R_T}\right)^2 \Rightarrow$$

$$m(z) \simeq m_t \left(1 - \frac{6,5 \cdot 10^{-3} z}{288}\right)^{\frac{g \cdot 10^3}{6,5 \cdot R_a}}$$

Ya que,  $\frac{z}{R_T} \ll 1$  (también hemos despreciado el mismo término para el factor g).

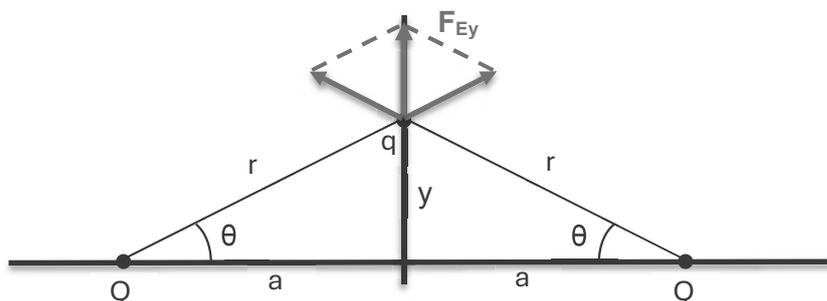
Si resolvemos la ecuación para  $m(z) = 0,5m_t$  llegamos a la misma expresión que en apartado b).



## Ejercicio B.4 (10 puntos).

Cuando una carga  $q$  se mueve sobre la mediatriz de un segmento definido por dos cargas iguales  $Q$ , la fuerza a la que está sometida depende de la distancia al punto medio del segmento así definido.

- Calcule la distancia que hace máxima esa fuerza y el valor de dicha fuerza.
  - Calcule el trabajo electrostático sobre la carga  $q$  al moverla desde el punto de máxima fuerza sobre la mediatriz hasta el punto medio del segmento. Interprete el signo de este trabajo.
- a) Dibujo de la situación de cargas y fuerzas electrostáticas, suponiendo que todas las cargas son positivas:



La fuerza electrostática es la suma de las dos contribuciones, iguales en este caso:

$$F_{Ey} = K \frac{Qq}{r^2} \text{sen}\theta + K \frac{Qq}{r^2} \text{sen}\theta = 2K \frac{Qq}{r^2} \text{sen}\theta$$

En términos de la variable  $y$ :

$$F_{Ey} = 2K \frac{Qq}{a^2 + y^2} \frac{y}{\sqrt{a^2 + y^2}} = 2KQq \frac{y}{(a^2 + y^2)^{3/2}}$$

Método alternativo:

En el eje  $y$  el potencial electrostático debido a las dos cargas  $Q$  es dado por:

$$V = 2K \frac{Q}{r} = 2K \frac{Q}{\sqrt{a^2 + y^2}}$$

La fuerza electrostática sobre una carga  $q$  en el eje se calcula:

$$F_{Ey} = -q \frac{\partial V}{\partial y} = 2KQq \frac{y}{(a^2 + y^2)^{3/2}}$$

Para buscar el valor máximo de esta fuerza a lo largo del eje  $y$ , igualamos a cero la derivada con respecto a  $y$ :

$$\begin{aligned} \frac{dF_{Ey}}{dy} &= 2KQq \left[ \frac{1}{(a^2 + y^2)^{3/2}} - \frac{3y^2(a^2 + y^2)^{1/2}}{(a^2 + y^2)^3} \right] \\ &= 2KQq \left[ \frac{(a^2 + y^2)^{3/2} - 3y^2(a^2 + y^2)^{1/2}}{(a^2 + y^2)^3} \right] \\ &= 2KQq \left[ \frac{(a^2 + y^2 - 3y^2)(a^2 + y^2)^{1/2}}{(a^2 + y^2)^3} \right] \\ &= 2KQq \left[ \frac{(a^2 - 2y^2)}{(a^2 + y^2)^{5/2}} \right] = 0 \Rightarrow \end{aligned}$$

$$a^2 - 2y^2 = 0 \Rightarrow y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} a$$

Se puede razonar si es un máximo o un mínimo.

El **módulo** de la fuerza será máximo en los dos puntos calculados, ya que en el infinito la fuerza es cero y en el punto medio del segmento también es cero por simetría. En puntos intermedios el módulo de la fuerza  $F_{Ey}$  tendrá valores positivos y, por tanto, llegará a un máximo en la distancia  $y$  hallada.

El **componente de la fuerza en dirección  $y$**  tendrá valores positivos en el eje  $Y+$  y valores negativos en el eje  $Y-$ . Por tanto, su valor es máximo para  $y = \frac{\sqrt{2}}{2} a$  y mínimo para  $y = -\frac{\sqrt{2}}{2} a$ .

El valor de la componente  $F_{Ey}$  en esos puntos es:

$$F_{Ey} = 2KQq \frac{\pm \frac{\sqrt{2}}{2} a}{\left(a^2 + \frac{1}{2} a^2\right)^{3/2}} \Rightarrow$$

$$F_{Ey} = \pm \frac{4}{3\sqrt{3}} \frac{KQq}{a^2}$$

- b) El trabajo de las fuerzas electrostáticas es calculado con la diferencia de potencial electrostática.

$$W_E = -q\Delta V$$

La potencial debido a las dos cargas  $Q$  es:

$$V = 2K \frac{Q}{r} = 2K \frac{Q}{\sqrt{a^2 + y^2}}$$

calculado para puntos en la mediatriz.

Entonces, entre punto final  $y = 0$  y punto inicial  $y = \frac{\sqrt{2}}{2} a$ :

$$W_E = -q2KQ \left[ \frac{1}{\sqrt{a^2}} - \frac{1}{\sqrt{\frac{3}{2} a^2}} \right] \Rightarrow$$

$$W_E = -2 \left( 1 - \sqrt{\frac{2}{3}} \right) \frac{KqQ}{a} \approx -0.367 \frac{KqQ}{a}$$

El signo es negativo (para  $q$  y  $Q$  positivos), lo que implica que el movimiento de la carga  $q$  va en sentido contrario a las fuerzas electrostáticas, y, por tanto, aumenta la energía potencial del sistema.

**PROCEDIMIENTO SELECTIVO DE INGRESO Y ACCESO A LOS CUERPOS DE PROFESORES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA, PROFESORES DE ESCUELAS OFICIALES DE IDIOMAS, PROFESORES DE ARTES PLÁSTICAS Y DISEÑO Y PROFESORES ESPECIALISTAS EN SECTORES SINGULARES DE FORMACIÓN PROFESIONAL, ASÍ COMO PROCEDIMIENTO PARA LA ADQUISICIÓN DE NUEVAS ESPECIALIDADES.**

**ORDEN ECD/137/2025 (BOA 11/02/2025)**

**PRIMERA PRUEBA. PARTE B: TEMA ESCRITO.**

<b>TEMA 22. Campos eléctricos y magnéticos dependientes del campo. Leyes de Maxwell. Inducción mutua. Autoinducción.</b>	
<b>Indicador</b>	<b>Puntuación</b>
<p><b>Índice:</b> -Realiza un índice ordenado, completo y coherente con la estructura del documento. -Incluye numeración de secciones o apartados que permite localizar fácilmente los contenidos.</p>	0,5
<p><b>Introducción:</b> -Redacta una introducción clara, contextualizada y adecuada al contenido del tema. -Expone de forma concisa los objetivos y la relevancia del tema desarrollado en el documento.</p>	0,5
<p><b>Desarrollo del tema:</b></p>	<b>7</b>
1. Inducción electromagnética; campo magnético dependiente del tiempo.	2
2. Inducción electromagnética; campo eléctrico dependiente del tiempo.	1,5
3. Leyes de Maxwell.	1,5
4. Inducción mutua y autoinducción.	2
<p><b>Relación con el currículum:</b> -Relaciona adecuadamente los contenidos del tema escrito con los contenidos del currículum educativo vigente, indicando el curso y proponiendo actividades para llevar al aula sobre este tema.</p>	0,5
<p><b>Conclusión:</b> -Redacta una conclusión clara, sintética y coherente que refleje la comprensión global del tema tratado.</p>	0,5
<p><b>Bibliografía:</b> -Escribe correctamente al menos dos referencias bibliográficas, utilizando un formato normalizado (APA, MLA, etc.).</p>	0,5
<p><b>Estructura y presentación:</b> -Deja márgenes, destaca títulos, epígrafes bien diferenciados, separa en párrafos, utiliza una letra legible y mantiene la limpieza del trabajo. -Utiliza correctamente las normas de puntuación. -Explica los conceptos de forma clara y precisa, utiliza un lenguaje apropiado al nivel académico.</p>	0,5
<p><b>Penalizaciones:</b> -Escritura incorrecta de una palabra, incorrección en las tildes o utilización de abreviaturas. -Escritura de dos palabras como una sola. -No identifica el tema elegido.</p>	-0,25 -0,15 -0,5

**PROCEDIMIENTO SELECTIVO DE INGRESO Y ACCESO A LOS CUERPOS DE PROFESORES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA, PROFESORES DE ESCUELAS OFICIALES DE IDIOMAS, PROFESORES DE ARTES PLÁSTICAS Y DISEÑO Y PROFESORES ESPECIALISTAS EN SECTORES SINGULARES DE FORMACIÓN PROFESIONAL, ASÍ COMO PROCEDIMIENTO PARA LA ADQUISICIÓN DE NUEVAS ESPECIALIDADES.**

**ORDEN ECD/137/2025 (BOA 11/02/2025)**

**PRIMERA PRUEBA. PARTE B: TEMA ESCRITO.**

<b>TEMA 54. Equilibrio químico. Constante de equilibrio. Modificaciones externas de los equilibrios heterogéneos.</b>	
<b>Indicador</b>	<b>Puntuación</b>
<p><b>Índice:</b> -Realiza un índice ordenado, completo y coherente con la estructura del documento. -Incluye numeración de secciones o apartados que permite localizar fácilmente los contenidos.</p>	0,5
<p><b>Introducción:</b> -Redacta una introducción clara, contextualizada y adecuada al contenido del tema. -Expone de forma concisa los objetivos y la relevancia del tema desarrollado en el documento.</p>	0,5
<p><b>Desarrollo del tema:</b></p>	<b>7</b>
<p>1. Fundamentos del equilibrio químico. 2. Modificaciones externas de los equilibrios. 3. Equilibrios heterogéneos.</p>	3 2,1 1,9
<p><b>Relación con el currículum:</b> -Relaciona adecuadamente los contenidos del tema escrito con los contenidos del currículum educativo vigente, indicando el curso y proponiendo actividades para llevar al aula sobre este tema.</p>	0,5
<p><b>Conclusión:</b> -Redacta una conclusión clara, sintética y coherente que refleje la comprensión global del tema tratado.</p>	0,5
<p><b>Bibliografía:</b> -Escribe correctamente al menos dos referencias bibliográficas, utilizando un formato normalizado (APA, MLA, etc.).</p>	0,5
<p><b>Estructura y presentación:</b> -Deja márgenes, destaca títulos, epígrafes bien diferenciados, separa en párrafos, utiliza una letra legible y mantiene la limpieza del trabajo. -Utiliza correctamente las normas de puntuación. -Explica los conceptos de forma clara y precisa, utiliza un lenguaje apropiado al nivel académico.</p>	0,5
<p><b>Penalizaciones:</b> -Escritura incorrecta de una palabra, incorrección en las tildes o utilización de abreviaturas. -Escritura de dos palabras como una sola. -No identifica el tema elegido.</p>	-0,25 -0,15 -0,5

**PROCEDIMIENTO SELECTIVO DE INGRESO Y ACCESO A LOS CUERPOS DE PROFESORES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA, PROFESORES DE ESCUELAS OFICIALES DE IDIOMAS, PROFESORES DE ARTES PLÁSTICAS Y DISEÑO Y PROFESORES ESPECIALISTAS EN SECTORES SINGULARES DE FORMACIÓN PROFESIONAL, ASÍ COMO PROCEDIMIENTO PARA LA ADQUISICIÓN DE NUEVAS ESPECIALIDADES.**

**ORDEN ECD/137/2025 (BOA 11/02/2025)**

**PRIMERA PRUEBA. PARTE B: TEMA ESCRITO.**

<b>TEMA 57. Conceptos de oxidación y reducción. Reacciones redox. Algún proceso redox de interés industrial (pilas y cubas electrolíticas, corrosión y formas de evitarla, metalurgia y siderurgia).</b>	
Indicador	Puntuación
<b>Índice:</b> -Realiza un índice ordenado, completo y coherente con la estructura del documento. -Incluye numeración de secciones o apartados que permite localizar fácilmente los contenidos.	0,5
<b>Introducción:</b> -Redacta una introducción clara, contextualizada y adecuada al contenido del tema. -Expone de forma concisa los objetivos y la relevancia del tema desarrollado en el documento.	0,5
<b>Desarrollo del tema:</b>	<b>7</b>
1. Reacciones de oxidación reducción.	2
2. Electroquímica.	3
3. Química redox aplicada.	2
<b>Relación con el currículum:</b> -Relaciona adecuadamente los contenidos del tema escrito con los contenidos del currículum educativo vigente, indicando el curso y proponiendo actividades para llevar al aula sobre este tema.	0,5
<b>Conclusión:</b> -Redacta una conclusión clara, sintética y coherente que refleje la comprensión global del tema tratado.	0,5
<b>Bibliografía:</b> -Escribe correctamente al menos dos referencias bibliográficas, utilizando un formato normalizado (APA, MLA, etc.).	0,5
<b>Estructura y presentación:</b> -Deja márgenes, destaca títulos, epígrafes bien diferenciados, separa en párrafos, utiliza una letra legible y mantiene la limpieza del trabajo. -Utiliza correctamente las normas de puntuación. -Explica los conceptos de forma clara y precisa, utiliza un lenguaje apropiado al nivel académico.	0,5
<b>Penalizaciones:</b> -Escritura incorrecta de una palabra, incorrección en las tildes o utilización de abreviaturas. -Escritura de dos palabras como una sola. -No identifica el tema elegido.	-0,25 -0,15 -0,5

PROCEDIMIENTO SELECTIVO DE INGRESO Y ACCESO A LOS CUERPOS DE PROFESORES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA, PROFESORES DE ESCUELAS OFICIALES DE IDIOMAS, PROFESORES DE ARTES PLÁSTICAS Y DISEÑO Y PROFESORES ESPECIALISTAS EN SECTORES SINGULARES DE FORMACIÓN PROFESIONAL, ASÍ COMO PROCEDIMIENTO PARA LA ADQUISICIÓN DE NUEVAS ESPECIALIDADES.

ORDEN ECD/137/2025 (BOA 11/02/2025)

PRIMERA PRUEBA. PARTE B: TEMA ESCRITO.

<b>TEMA 66. Compuestos orgánicos de importancia biológica. Composición química y función biológica. Los alimentos y la salud.</b>	
Indicador	Puntuación
<b>Índice:</b> -Realiza un índice ordenado, completo y coherente con la estructura del documento. -Incluye numeración de secciones o apartados que permite localizar fácilmente los contenidos.	0,5
<b>Introducción:</b> -Redacta una introducción clara, contextualizada y adecuada al contenido del tema. -Expone de forma concisa los objetivos y la relevancia del tema desarrollado en el documento.	0,5
<b>Desarrollo del tema:</b>	7
1. Elementos y compuestos químicos de interés biológico. 2. Glúcidos. 3. Lípidos. 4. Proteínas. 5. Ácidos nucleicos. 6. Vitaminas. 7. Alimentación y salud.	0,3 1,2 1 1,1 1,1 0,3 2
<b>Relación con el currículum:</b> -Relaciona adecuadamente los contenidos del tema escrito con los contenidos del currículum educativo vigente, indicando el curso y proponiendo actividades para llevar al aula sobre este tema.	0,5
<b>Conclusión:</b> -Redacta una conclusión clara, sintética y coherente que refleje la comprensión global del tema tratado.	0,5
<b>Bibliografía:</b> -Escribe correctamente al menos dos referencias bibliográficas, utilizando un formato normalizado (APA, MLA, etc.).	0,5
<b>Estructura y presentación:</b> -Deja márgenes, destaca títulos, epígrafes bien diferenciados, separa en párrafos, utiliza una letra legible y mantiene la limpieza del trabajo. -Utiliza correctamente las normas de puntuación. -Explica los conceptos de forma clara y precisa, utiliza un lenguaje apropiado al nivel académico.	0,5
<b>Penalizaciones:</b> -Escritura incorrecta de una palabra, incorrección en las tildes o utilización de abreviaturas. -Escritura de dos palabras como una sola. -No identifica el tema elegido.	-0,25 -0,15 -0,5